FASCICULE

DE

MATHEMATIQUES

3ème

Sommaire

LISTE DES PARTICIPANTS

IA	IEF	CELLULES
Pikine Guédiawaye	Guédiawaye	CEM JOSEPH FELIX CORREA/A
Pikine Guédiawaye	Thiaroye	CEM MBAO KAMB
Rufisque	R Commune	CEM ARAFAT 2
Rufisque	R Commune	CEM MAURICE GUEYE
Rufisque	R Commune	CEM MATAR SECK
Rufisque	R Commune	CEM CAMP MARCHAND
Rufisque	R Commune	CEM PIONNIERS DU SYNDICALISME AFRICAIN
Rufisque	R Commune	CEM TAFSIR NIAO FAYE
Rufisque	R Commune	CEM ABDOULAYE SADJI
Rufisque	Sangalkam	LYCEE DE KOUNOUNE
Rufisque	Sangalkam	CEM NIACOURAB
Rufisque	Diamniadio	LYCEE DE YENNE

Sous la supervision des Formateurs

- Ibrahima Sory DIALLO
- Hameth Saloum FALL
- Mme Toure Ndeye Coumba FALL
- Niowy FALL
- Birame FAYE
- Issakha FAYE
- Seybatou GUEYE
- Mouhamadou Charles WADE

ACTIVITES NUMERIQUES

RACINE CARREE

Exercice 1

Simplifie les expressions ci-dessous :

$A = \sqrt{75} + 2\sqrt{147} - 9\sqrt{48}$ et $B = \sqrt{36} - 3\sqrt{72} + \sqrt{98}$.

Exercice 2

Réponds par vrai on faux en justifiant ta réponse :

1. $\sqrt{40} = 20$ 2. $7\sqrt{2} = \sqrt{98}$ 3. $\sqrt{64+25} = 8+5 = 13$.

Exercice 3

Donne une écriture simple des expressions ci- dessous :

A = $\sqrt{200} - 3\sqrt{18} + 6\sqrt{2} + \sqrt{50}$; B = $(\sqrt{2} + 2)^2$; C = $(3\sqrt{2} - 5)^2$; D = $(3\sqrt{2} + 5)(3\sqrt{2} - 5)$

et E = $\sqrt{19 - \sqrt{1 + \sqrt{8^2}}}$.

Exercice 4

1. On considère l'expression $X = \sqrt{300} + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{75}$.

Ecris X sous la forme $a\sqrt{b}$; où a et b sont des entiers relatifs.

2. Calcule $(2 - \sqrt{3})^2$ puis déduis-en l' écriture de $Y = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$. avec un seul radical.

Exercice 5

Ecris le plus simplement possible les expressions suivantes :

B = $5\sqrt{300} + \sqrt{27} - 3\sqrt{147}$ et C = $\dfrac{\sqrt{6 - \sqrt{11}} \times \sqrt{6 + \sqrt{11}}}{5}$.

Exercice 6

1. Calcule $(1+\sqrt{5})^2$ et $(1-\sqrt{5})^2$.

2. On donne $X = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$ et $Y = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$.

   a. Ecris X et Y avec un seul radical.

   b. Calcule $X + Y$ et $X - Y$.

Exercice 7

On donne $a = 5 - 2\sqrt{6}$ et $b = 5 + 2\sqrt{6}$.

1. Calcule $a \times b$. Que peux-tu en déduire ?

2. Calcule a^2 ; b^2 et $\dfrac{a}{b}$.

3. Vérifie que $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ est un entier naturel.

4. Soit $X=\sqrt{49-20\sqrt{6}}$ et $Y=\sqrt{49+20\sqrt{6}}$

Ecris X et Y avec un seul radical.

Exercice 8

On considère l' expression ci-dessous :

$H(x) = 4\left(x+\sqrt{3}\right)^2 - 4\sqrt{3}\left(x+\sqrt{3}\right)+3$

1. Développe, réduis et ordonne H(x)

2. Déduis-en une factorisation de H(x).

Exercice 9

On donne : a = $\frac{2-\sqrt{3}}{5+\sqrt{3}}$; b = $3\sqrt{18}+\sqrt{128}-\sqrt{338}$; c = $\sqrt{2}-3$..

1. Rends rationnel le dénominateur de a.

2. Simplifie b.

3. Calcule c². Déduis-en que $p=\frac{6-\sqrt{8}}{3\sqrt{5-6\sqrt{2}}}$ est un rationnel que l'on déterminera.

Exercice 10

On donne les expressions ci-dessous :

P = $\left[\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)+1\right]\left[\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)-1\right]$ et q = $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$.

1. Calcule p.

2. Rends rationnel le dénominateur de q.

3. Montre que **Error!** $\in \mathbb{Z}$.

Exercice 11

Ecris le plus simplement possible les expressions ci-dessous :

A = $\frac{\sqrt{3-\sqrt{3}}\times\sqrt{3+\sqrt{3}}}{\sqrt{6}}$; B = $\frac{-3\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}{\sqrt{45}-\sqrt{18}}$; C = $\frac{\left(\sqrt{3}-\sqrt{27}+\sqrt{12}\right)}{\sqrt{54}}$;

D = $\left(\sqrt{5}-2\sqrt{80}\right)\times\frac{\sqrt{3}}{\left(\sqrt{5}-2\sqrt{80}\right)^2}$; E = $\frac{2-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}-\frac{2+\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}$; F = $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$;

G = $\sqrt{76-2\sqrt{37-\sqrt{\frac{21}{25}+\frac{1}{25}\times\sqrt{6+\sqrt{103-2\sqrt{\frac{9}{4}}}}}}}$.

Exercice 12

On donne un triangle ABC rectangle en A tel que AC = $\sqrt{3}-1$ et BC = $2\sqrt{2}$.

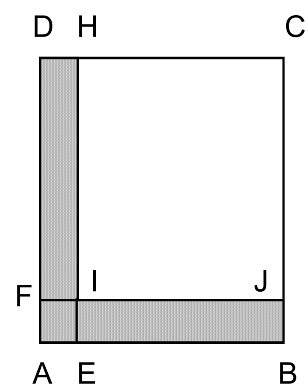
1. Calcule AB^2, déduis-en que AB = $\sqrt{3}+1$ puis l'aire du triangle ABC.

2. Calcule $\frac{1}{AC}$ sans radical au dénominateur et déduis-en un encadrement de $\frac{1}{AC}$ d'amplitude 0,01 sachant que $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$.

Exercice 13

ABCD et CHIJ sont des carrés de côtés respectifs :

$5\sqrt{3}-1$ et $\sqrt{27}$. (Voir figure ci-contre)



Calcule :

1. l'aire du carré ABCD ;
2. l'aire du carré CHIJ ;
3. la longueur AE ;
4. le périmètre du rectangle CDFJ ;
5. l'aire de la surface coloriée.

Exercice 14

On considère les expressions ci -dessous :

X = $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ et Y = $(3\sqrt{2}-\sqrt{3})^2 + 6\sqrt{6}$.

Montre que X et Y sont des nombres entiers naturels.

Exercice 15

On donne a = $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ et b = $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

1. Calcule : a^2 ; b^2 et ab.
2. Calcule $(a+b)^2$ et $(a-b)^2$.
3. Justifie que a + b = 4 et a – b = $2\sqrt{3}$.

Exercice 16

On donne les expressions ci-dessous :

X = $\sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}}$ et Y = $\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}$.

1. Détermine les signes respectifs de X et Y.

2. Calcule X^2 et Y^2.

3. Déduis-en X et Y.

Exercice 17

L'unité de longueur est l'hectomètre. Les dimensions d'un champ rectangulaire sont :

$2\sqrt{3} + 2$ et $2\sqrt{3} - 2$.

Calcule :

1. le périmètre ce champ rectangulaire;
2. l'aire ce champ rectangulaire;
3. le diamètre du cercle circonscrit à ce champ rectangulaire.

Exercice 18

On donne les réels : a = $2 - \frac{3\sqrt{2}}{2}$ et b = $\frac{1}{3\sqrt{2}+4}$.

1. Rends rationnel le dénominateur de b puis montre que les nombres a et b sont des nombres opposés.

2. Soit A = $\sqrt{(1-2\sqrt{2})^2} + (\sqrt{2} - 2)^2 - \sqrt{18}$.

Montre que A = $5 - 5\sqrt{2}$ puis encadre A à 10^{-2} prés sachant que : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$.

Exercice 19

1. On pose a = $1 + \sqrt{5}$ et b = $1 - \sqrt{3}$. Calcule a^2 et b^2.

2. Simplifie c = $\frac{1+\sqrt{5}}{6+2\sqrt{5}}$ puis rends rationnel son dénominateur.

3. Montre que a et c sont des nombres inverses.

4. Montre que d = $\frac{2-\sqrt{12}}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$ est un entier relatif qu'on déterminera.

Exercice 20

1. Écris les expressions x et y ci-dessous sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers positifs.
   a. x = $2\sqrt{50} - 3\sqrt{18} + \sqrt{200} - \sqrt{2}$.
   b. y = $\sqrt{20} + \sqrt{80}$ – **Error!**× **Error!** .

2. On donne les réels $m = 1 - 2\sqrt{3}$ et $n = 1 + \sqrt{12}$
    a. Sans calculer m^2 et n^2 montre que $m + n$, $m \times n$ sont des entiers relatifs.
    b. Déduis –en que $m^2 + n^2$ est un entier relatif.

3. On pose p = **Error!**. Rends rationnel le dénominateur de p.

Exercice 21

On donne $A = (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$ et $B = x^2 - 7x + 10$.

1. Calcule A puis déduis-en l'expression simplifiée du nombre :
   C = **Error! Error!** .
2. Calcule B pour $x = \sqrt{2}$.
3. Donne un encadrement du nombre $D = 12 - 7\sqrt{2}$ sachant que : $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$, puis déduis-en la valeur approchée de D à 10^{-2} près par défaut.

Exercice 22

1. On donne $A = (\sqrt{2} - 3)^2$; B = **Error!** .
2. Développe et réduis A.
3. Rends rationnel le dénominateur de B.
4. Donne une écriture simple de $\sqrt{B}$.

Exercice 23

On donne les expressions : a = **Error!** et b = **Error!**.

1. Calcule a^2 ; b^2 ; ab ; $(a + b)^2$ et $(a - b)^2$.
2. Déduis –en l'écriture simplifiée de a puis de b.

Exercice 24

1. On donne a = **Error!** et b = **Error!** . Calcule $a \times b$.
2. On pose A = **Error!** + **Error!**. Calcule A^2, puis déduis de ce qui précède le calcul de l'expression $B = \sqrt{6+\sqrt{2}}$ – **Error!** – **Error!** .

Exercice 25

On donne les nombres A et B suivants : A = **Error!** ; B = **Error!**

1. Calcule $A + B$ et $A - B$.
2. Déduis-en la différence $A^2 - B^2$.

Exercice 26

Soit a et b deux réels positifs tels que : $a = \sqrt{17 + 12\sqrt{2}}$ et $b = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$

1. Calcule $a \times b$.
2. On pose $u = a + b$ et $v = a - b$. Calcule : u^2 et v^2.
3. Déduis-en u et v.
4. Déduis-en l'écriture simplifiée de **a** et de **b**.

EQUATIONS ET INÉQUATIONS À UNE INCONNUE

Exercice 1

1. Rappelle la définition de la valeur absolue d'un réel a.

2. Recopie chacun des énoncés ci – dessous et réponds par Vrai ou faux.

a. Si $|a|=|b|$ alors $a = b$.

b. La valeur absolue d'un nombre réel est toujours positive.

c. Si $b \neq 0$ alors $\frac{|a|}{|b|} = \left|\frac{a}{b}\right|$.

Exercice 2

Résous dans $\mathbb{R}$, chacune des équations ci-dessous :

1. $|4x - 2| = 0$ 2. $|2x + 3| = 5$ 3. $|-3x + 1| = -1$

4. $|2x - 1| = |x + 4|$

Exercice 3

On donne les expressions ci- dessous

$f(x) = |3x - 5|$ et $g(x) = |-5x + 2|$.

1. Calcule $f(0)$ et $g(-3)$

2. Ecris chacune des expressions $f(x)$ et $g(x)$sans le symbole de la valeur absolue.

3. Résous l'équation $f(x) = g(x)$

Exercice 4

Recopie chacun des énoncés ci – dessous et réponds par Vrai ou faux.

1. L'équation $x^2 - 7 = 0$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$.

2. L'équation $x^2 = 9$ a pour solution $S = \{3\}$

3. L'équation $x^2 + 7 = 0$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$.

Exercice 5

Résous dans $\mathbb{R}$ les équations ci-dessous :

1. $x^2 - 81 = 0$ 2. $x^2 + 1 = 0$ 3. $16x^2 - 25 = 0$ 4. $2x^2 - 3 = 0$.

Exercice 6

Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $4x^2 - 9 = 0$

2. $2x^2 + 8x = 0$

3. $x^2 + 16 = 0$

4. $4y^2 = 9$

Exercice 7

On donne $A(x) = (3x - 1)^2 - (x+5)^2$ et $B(x) = (x-9)^2 - (7-2x)^2$.

1. Factorise $A(x)$ et $B(x)$.

2. Résous dans $\mathbb{R}$ chacune des équations $A(x) = 0$ et $B(x) = 0$.

Exercice 8

Recopie chacun des énoncés ci – dessous et réponds par Vrai ou faux.

1. L'inéquation $(x-1)(3-x) \leq 0$ a pour solution : $S = \{1; 3\}$
2. L'inéquation $(x-5)(2-x) > 0$ a pour solution : $S = [2; 5[$
3. L'inéquation $(5x-4)(5x+4) < 0$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$.

Exercice 9

Recopie puis entoure la bonne réponse.

L'inéquation $(3-x)(3+x) < 0$ a pour ensemble de solutions

1. $S = [-3; 3]$ 2. $S =]-\infty; -3[\cup]3; +\infty[$ 3. $S =]-\infty; -3] \cup [3; +\infty[$

Exercice 10

Résous dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $(2x-1)(x+2) \geq 0$ 2. $(x+3)(2x-5) < 0$

3. $\left(2x - \sqrt{2}\right)\left(x\sqrt{3} - 2\right) \leq 0$ 4. $x(3x-6) > 0$

5. $(3x+1)(1-4x) \leq 0$ 6. $(-5x+3)(2x+3) < 0$

Exercice 11.

On donne $A(x) = (3x - 1)^2 - (x+5)^2$ et $B(x) = (x-9)^2 - (7-2x)^2$

1. Factorise $A(x)$ et $B(x)$.
2. Déduis-en la résolution dans $\mathbb{R}$ de chacune des inéquations $A(x) < 0$ *et* $B(x) > 0$.

Exercice 12

On donne $f(x) = 5x^2 - 20 + (-3x+6)(4x+3)$.

1. Factorise l'expression $f(x)$
2. Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \leq 0$.

Exercice 13

On pose $A = 2x - 3$.

1. Calcule A^2.
2. Déduis-en une factorisation de $B = 4x^2 - 12x + 8$.
3. Résous dans $\mathbb{R}$ $B \leq 0$.

Exercice 14

On donne $\mathrm{C} = 1 - 4(\mathrm{x} - 1)^2$

1. Montre que $\mathrm{C} = (3 - 2\mathrm{x})(2\mathrm{x} - 1)$.
2. Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(3 - 2\mathrm{x})(2\mathrm{x} - 1) < 0$.

EQUATIONS ET SYSTÈMES D'ÉQUATIONS À DEUX INCONNUES

Exercice 1

Dans chaque cas, donne trois couples de nombres réels solutions de l'équation donnée.

1. $2x - 3y = 4$
2. $x - 5y = -3$
3. $-3x + 7y = 1$
4. $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1$

Exercice 2

1. Dans chaque cas, calcule la valeur de x, connaissant celle de y.

a. $3x - 5y + 2 = 0$ et $y = -2$

b. $4x = 5y - 3$ et $y = -3$

c. $3x + 4y = 5$ et $y = -4$

d. $2\sqrt{2}\,x - 4\sqrt{2}\,y - 1 = 3\sqrt{2}$ et $y = \sqrt{2}$

2. Dans chaque cas, calcule la valeur de y, connaissant celle de x.

a. $7x - 3y = 9$ et $x = 2$.

b. $3x = y - 5$ et $x = -5$.

c. $3x = 1 - 2y$ et $x = \sqrt{2}$.

d. $\sqrt{3}x - 5\sqrt{2}y = 1 - \sqrt{3}$ et $x = 2$.

Exercice 3

Précise si le couple (–3 ; 4) est solution de chacun des systèmes d'équations ci- dessous :

1. $\begin{cases} 3x - 2y = -17 \\ y - 3x = -15 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 2x - 5y = -26 \\ -x + 2y = 11 \end{cases}$

Exercice 4

1. Résous dans $\mathbb{R}^2$ chacun des systèmes d'équations ci-dessous en utilisant la méthode de substitution :

a. $\begin{cases} 3x + 5y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ b. $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ -4x + 3y = 3 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 3x - y = -3 \\ 5x + 4y = 12 \end{cases}$

2. Résous dans $\mathbb{R}^2$ chacun des systèmes d'équations ci-dessous en utilisant la méthode de combinaison :

a. $\begin{cases} 3x - 5y = 3 \\ 7x + 5y = 17 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 7x - 4y = 1 \\ -5x + 2y = -1 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 4x - 3y = -1 \\ 6x + 7y = 4 \end{cases}$

3. Résous dans $\mathbb{R}^2$ chacun des systèmes d'équations ci-dessous.

$\begin{cases} 2x - y = -8 \\ -x + 4y = 1 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 7x + y = 3 \\ -11x - 3y = 15 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 5x - 7y = 10 \\ -6x + 8y = 5 \end{cases}$ d. $\begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{y}{2} = 1 \\ -2x + \frac{y}{4} = 11 \end{cases}$

Exercice 5

Résous, en utilisant la méthode graphique, chacun des systèmes d'équations ci-dessous :

$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ -2x + 4y = -6 \end{cases}$ $\begin{cases} x + 3y = 3 \\ 3x + 2y = -5 \end{cases}$

Exercice 6

Résous, par la méthode de comparaison, chacun des systèmes d'équations ci-dessous :

1. $\begin{cases} \mathrm{a} - 2\mathrm{b} = -1 \\ 2\mathrm{a} - 3\mathrm{b} = 5 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} -2\mathrm{r} + \mathrm{t} = 5 \\ 4\mathrm{r} + 3\mathrm{t} = -3 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} 2\mathrm{m} - 3\mathrm{n} = 1 \\ -\mathrm{m} = 2 - 2\mathrm{n} \end{cases}$ 4. $\begin{cases} 2\mathrm{x} - \mathrm{y} = 1 \\ \mathrm{y} = -\mathrm{x} + 5 \end{cases}$

Exercice 7

Trouve deux nombres dont la somme est 180 et la différence 30.

Exercice 8

Trouve les nombre réels a et b tels que les couples $(-1\,;3)$ et $(2\,;-5)$ soient solutions de l'équation $\mathrm{ax} + \mathrm{by} - 1 = 0$

Exercice 9

1. Résous le système : $\begin{cases} \mathbf{x + y = 110} \\ \mathbf{2x + 5y = 340} \end{cases}$.
2. Un théâtre propose deux types de billets les uns à 1000 F et les autres à 2500 F.

On sait que 110 spectateurs ont assisté à cette représentation théâtrale et que la recette totale s'élève à 170000 F.

Calcule le nombre de billets vendus pour chaque type.

INÉQUATIONS ET SYSTÈMES D'INÉQUATIONS À DEUX INCONNUES

Exercice 1

1. Soit l'inéquation : $-2x + 5y \leq 3$

2. Parmi les couples de nombres réels suivants donne ceux qui sont solutions de l'inéquation en justifiants ta réponse : (2 ; 1) , $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$, (1 ; 1).

3. Pour quelle valeur de a le couple $\left(\frac{a}{2} ; -a\right)$ est solution de cette inéquation.

4. Résous graphiquement cette inéquation.

Exercice 2

Soit l'inéquation $3y < 6 - 2x$

Vérifie si les couples de nombres réels suivants sont solutions de l'inéquation :

$(0 ; -2)$; $(0 ; 0)$; $(1 ; 3)$; $(4; 2)$.

Exercice 3

Soit le système d'inéquations suivants : $\begin{cases} 3x - 2y - 9 < 0 \\ -4y > -27 + 3x \end{cases}$

Vérifie si les points suivants appartiennent à l'ensemble de solution du système :

$A\ (3; 2)$, $B\ (0 ; 11)$, $C\ (-4 ; 3)$ et $D\ (-5 ; 20)$.

Exercice 4

Résous graphiquement dans IR^2 les inéquations suivantes :

a. $y < 0$; b. $x \geq 1$ c. $2x - y \geq 0$; d. $6x + y - 5 \geq 0$; e. $x - 2y + 4 > 0$;

f. $2y - \frac{3}{2} < x + \frac{5}{6}$; g. $-4y + \frac{2}{3} > \frac{3}{2}x + 4$.

Exercice 5

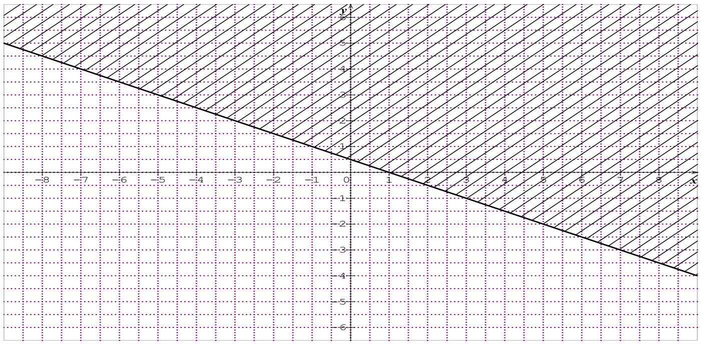
Résous graphiquement dans IR^2 les systèmes d'inéquations ci-dessous :

1. $\begin{cases} x + y - 3 > 0 \\ x - y > 0 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 2x + 3y \geq 0 \\ x - 2y + 1 < 0 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} x > 4 \\ x + y - 3 < 0 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x - y + 3 \leq 0 \\ 2x + y - 1 \leq 0 \end{cases}$ 5. $\begin{cases} 4x + y - 5 > 0 \\ -2x + y + 1 < 0 \end{cases}$ 6. $\begin{cases} -y < -2x - 1 \\ x + 1 < 2y - 3 \end{cases}$

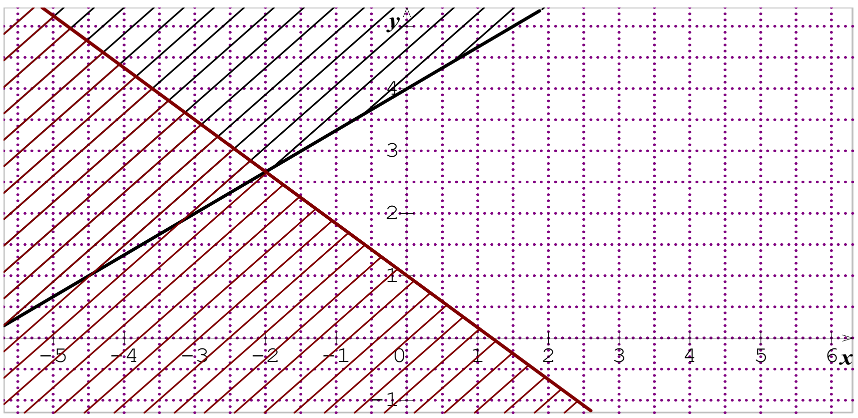
7. $\begin{cases} x > 1 \\ y < 0 \end{cases}$ 8. $\begin{cases} x - y < 0 \\ y > -1 \end{cases}$ 9. $\begin{cases} x - y > -1 \\ y + x < 0 \end{cases}$

Exercice 6



Détermine une inéquation dont l'ensemble de solutions correspond au demi-plan non hachuré.

Exercice 7



Détermine un système d'inéquations dont l'ensemble de solutions correspond au demi-plan non hachuré.

Exercice 8

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O; I; J)$, on donne les points :

$(1; 1), B(-1; 1), C(-1;\ -1)$ et $D(1;\ -1)$.

Trouve un système d'inéquations dont la solution est formée de l'ensemble des points $M(x; y)$ intérieur au carré ABCD.

STATISTIQUE

Exercice 1

Une enquête portant sur la taille en mètres d'un groupe de personnes a donné les résultats suivants :

1,41	1,93	1,72	1,55	1,63	1,68
1,72	1,88	1,63	1,65	1,83	1,54
1,69	1,66	1,79	1,51	1,72	1,89

Reproduis puis complète le tableau ci-dessous.

Classes	[1,30 ;1,50[	[1,50 ;1,70[	[1,70 ;1,90[	[1,90 ;2,10[
Effectifs	………	……..	…….	……

Exercice 2

Pour chacun des énoncés ci-dessous, 3 réponses R1, R2, R3 sont proposées. Pour Chaque énoncé relève le numéro suivi de la réponse choisie.

<table>
<tr><th>N°</th><th>Enoncé</th><th>R1</th><th>R2</th><th>R3</th></tr>
<tr><td>1</td><td>le centre de la classe [22 ; 30[est</td><td>11</td><td>26</td><td>23 ,5</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td>On considère la série de notes d'élèves représentée ci-dessous
<table>
<tr><td>Note</td><td>1 à 4</td><td>5 à 9</td><td>10 à 14</td><td>15 à 20</td></tr>
<tr><td>Effectif</td><td>0</td><td>9</td><td>10</td><td>6</td></tr>
</table>
2a. Le pourcentage d'élèves dont les notes varient de 5 à 9 est :</td><td>15%</td><td>40,5%</td><td>36%</td></tr>
<tr><td>2b. La note moyenne de la série est</td><td>11,52</td><td>10</td><td>6,25</td></tr>
<tr><td>3c. La classe modale de la série est :</td><td>10</td><td>15 à 20</td><td>10 à 14</td></tr>
</table>

Exercice 3

La répartition par classe d'âge de joueurs en ligne a donné les résultats ci-dessous

Ages en ans	[15 ;25[	[25 ;35[	[35 ;45[	[45 ;55[	[55 ;65[
Fréquences en %	31	17	32	15	5
Angles en °					

1. Complète le tableau

2. Représente ces données par un histogramme, puis par un diagramme circulaire.

Exercice 4

Une série statistique est représentée par le tableau suivant :

Notes	3	7	9	10	12	15	16
Effectifs	6	4	13	10	9	3	3

Reproduis et complète le tableau par les effectifs cumulés croissants et décroissants

Exercice 5

Détermine la médiane et les quartiles de la série :

1 ; 1 ; 3 ; 5 ; 5 ; 6 ; 8 ; 8 ; 8 ; 10 ; 11.

Exercice 6

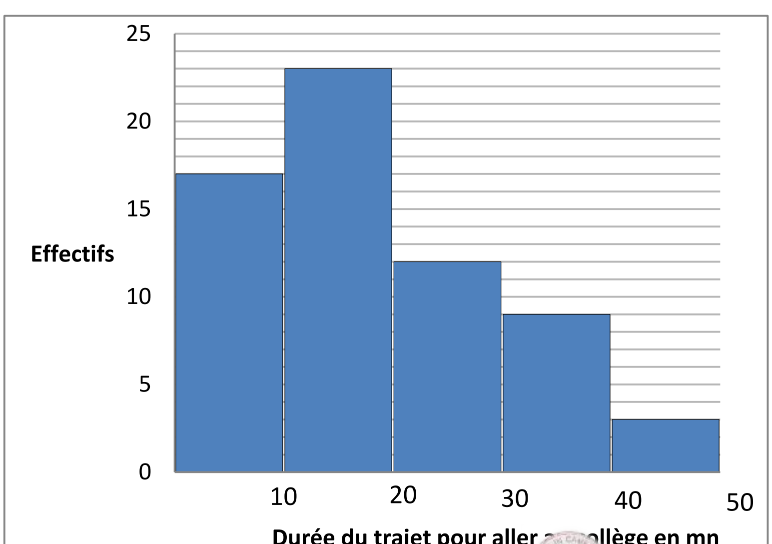
Le tableau suivant donne la répartition des notes des élèves de 3eme à un devoir de biologie.

Classes	[0 ;4[	[4 ;8[	[8 ; 12[	[12 ; 16[	[16 ; 20[
Effectifs	3	5	9	7	4

1. Détermine la classe modale et une approximation de la moyenne de la classe à ce devoir.
2. Calcule la médiane de cette série.
3. Construis l'histogramme des effectifs.

Exercice 7

1. A partir de l'histogramme ci-dessous, donne le tableau des effectifs par classe de la série statistique représentée



2. Calcule l'effectif total de cette série.

3. Détermine une approximation de la moyenne de cette série.

4. Détermine graphiquement la classe modale.

Exercice 8

La taille moyenne des onze joueurs d'une équipe de football est de 1,81 mètre. On a pu relever la taille, en mètre, des dix joueurs sauf celle du gardien de but :

1,71 – 1,80 – 1,85 – 1,75 – 1,78 – 1,83 – 1,75 – 1,80 – 1,85 – 1,90.

1. Détermine la taille du gardien.

2. Détermine la taille médiane de ces onze joueurs.

3. Dans cette équipe, il y a trois remplaçants de la même taille. La moyenne de la taille de ces quatorze joueurs est alors de 1,84 mètre.

4. Détermine la taille de chacun des trois remplaçants.

5. Détermine la taille médiane de cette nouvelle série.

Exercice 9

On a relevé les distances parcourues par 100 véhicules en un an. Un premier classement a donné les résultats suivants

Distances parcourues en milliers de km	[0 ;10[	[10 ;20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[
Effectifs	10	18	X	20	12

1. Calcule l'effectif manquant x.

2. Construis l'histogramme.

3. Reproduis et complète le tableau ci- dessus par les lignes des effectifs cumulés.

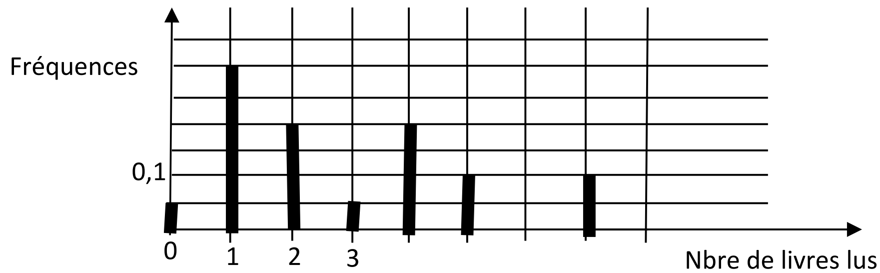
4.a. Construis dans un autre graphique le polygone des effectifs cumulés croissants

b. En utilisant le graphique détermine la classe médiane.

c. Détermine les quartiles de cette série.

Exercice 10

Une enquête a été réalisée dans une bibliothèque pour étudier le nombre de livres lus par les usagers, en décembre 2015. Le diagramme en bâtons ci-dessous donne la fréquence associée à chaque nombre de livres lus.



1. Détermine graphiquement le nombre médian de livres lus. Explique ta démarche.
2. Calcule le nombre moyen de livres lus par les usagers de cette bibliothèque en décembre 2015.

Exercice 11

Reproduis puis réponds par Vrai ou Faux à chacune des affirmations ci-dessous.

Affirmations	Réponses
1. La médiane d'une série statistique est forcément une des valeurs de la série.	
2. Dans un regroupement par classe, une valeur peut appartenir à deux classes différentes.	
3. Dans une série statistique, la moitié des données ont une valeur inférieure à la moyenne.	

Exercice 12

Voici le résultat d'une enquête réalisée auprès de 250 personnes pour connaître le temps passé quotidiennement par chacune d’elles devant l’écran de télévision.

Temps en h	[0 ;1[	[1 ;2[	[2 ; 3[	[3 ; 4[	[4 ; 5[
Effectifs	28	66	98	43	15
Fréquences en %					

1. Reproduis et complète le tableau ci-dessus.
2. Combien de personnes interrogées regardent la télévision plus de 3 heures par jour ?

Quel pourcentage cela représente-t-il ?

3. Combien de personnes regardent la télévision au moins 2 heures par jour ?

4. Construis l'histogramme des effectifs.

5. Calcule le temps moyen, en heures, que passent ces personnes devant l'écran de télévision. Tu arrondiras au dixième près.

Exercice 13

Les masses de 200 poissons pêchés dans un bassin de pisciculture sont données dans le tableau ci-dessous.

Masse en g	[800 ; 1000[	[1000 ; 1200[	[1200 ; 1400[	[1400 ; 1600[
Nombre de poissons	20	80	40	60

1. Reproduis le tableau en y ajoutant la ligne des effectifs cumulés croissants et celle des fréquences cumulées croissantes en pourcentage.

2. Quel est le nombre de poissons qui pèsent moins de 1400 g?

3.Quel est le nombre de poissons qui pèsent au moins 1000 g ?

4. Construis le polygone des fréquences cumulées croissantes puis détermine la médiane en utilisant le théorème de Thalès.

Exercice 14 (BFEM 1999)

Dans le registre des consultations du dispensaire d'un village, on a relevé les cas du paludisme et on obtient le tableau suivant :

Mois	Janv	Fev	Mars	Avril	Mai	Juin	Juil	Aout	Sept	Oct	Nov	Dec
Nombre de cas Paludisme	21	12	5	4	2	6	13	68	92	53	40	30

1. Ajoute au tableau la ligne des effectifs cumulés croissants.

2. Trace le diagramme en bâtons de cette série (1cm représente 10 malades).

3. Représente graphiquement la courbe des effectifs cumulés croissants (2cm représente 50 malades) puis détermine la période médiane (le mois) pendant laquelle 50% des malades ont été consultés.

4. En moyenne combien y a-t-il de malades du paludisme par mois ?

5. Le paludisme est la maladie qui tue le plus au Sénégal.

Sachant que 10.5% des malades du paludisme sont décédés et qu'ils représentent 75% de l'ensemble des cas de décès annuels du dispensaire, calcule:

a. Le nombre de décès de malades du paludisme.

b. Le nombre total annuel de malades décédés de ce dispensaire.

Exercice 15

La distribution des salaires mensuels des 530 ouvriers d'une entreprise est représentée par le tableau ci-dessous.

Salaires en FCFA	[45000 ; 47000[	[47000 ; 49000[	[49000 ; 51000[	[51000 ; 53000[	[53000 ; 55000[	[55000 ; 57000[
Effectifs						
Effectifs cumulés croissants						
Fréquence en %						
Angles correspondant aux fréquences	17°	75°	122°	85°	34°	27°

1. Reproduis et complète le tableau ci-dessous.
2. Quel est le nombre d'ouvriers ayant un salaire strictement inférieur à 51 000F ?
3. Calcule le salaire moyen de cette entreprise.
4. Déterminer le salaire médian.

Exercice 16

On a réparti 100 personnes selon leur temps de sieste exprimé en minutes (mn).

Classes	[30 ; 50[	[50 ; 70[	[70 ; 90[	[90 ; 110[	[110 ; 130[
Effectifs	10	20	x	40	y

Le temps moyen de sieste est de 82mn.

1. Reproduis puis complète le tableau ci-dessus en mettant les centres de classes.
2. En exprimant l'effectif et la moyenne en fonction de x et y, montre que x et y vérifient le système suivant : $\{x + y = 30 ; 2x + 3y = 65$
3. Pour la suite, on donne $x = 25$ et $y = 5$.
   a. Reprends le tableau ci-dessus en indiquant les fréquences (en %) et les fréquences cumulées croissantes (en %).
   b. Détermine pourcentage de personnes qui ont un temps de sieste au moins égal à 70mn.

4. Trace l'histogramme et le polygone des fréquences cumulées croissantes (en %).

   (1cm pour 10 sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 sur l'axe des ordonnées).
5. A l'aide du théorème de Thalès, détermine le temps médian de sieste.

APPLICATIONS AFFINES ET APPLICATIONS AFFINES PAR INTERVALLES

Exercice 1

Dans chacun des cas ci-dessous, l'expression proposée est-elle celle d'une application affine ? Si oui indique le coefficient.

1. $f(x) = -2x+1$ 2. $g(x) = \frac{1}{2}(x - \frac{3}{4})$ 3. $h(x) = 6$ 4. $l(x) = 3x^2$
5. $k(x) = \sqrt{3}\,x$ 6. $m(x) = \frac{x+1}{x}$. 7. $n(x) = \frac{-5}{x}$ 8. $P(x) = x$

Exercice 2

Soit l'application affine f définie par $f(x)=-5x + 3$

1. Calcule l'image par f de chacun des nombres suivants : -3 ; $\frac{1}{2}$; 9 ; 0.
2. Calcule l'antécédent par f de chacun des nombres suivants : -2 ; $\frac{-4}{3}$; 0 ; $\sqrt{3}$.

Exercice 3

1. Détermine l'application affine f de coefficient -2 telle que $f(3)=-4$
2. Détermine l'application affine g, telle que $g(2) = -1$ et $g(1) = 5$.

Exercice 4

On donne les applications affines f et g définies par $f(x) = 2x - 5$ et $g(x) = 4x$.

1. Représente graphiquement ces deux applications dans un même repère orthonormal.
2. Détermine graphiquement puis par calcul, les coordonnées de leur point d'intersection A.

Exercice 5

1. Détermine l'application affine f, telle que sa représentation graphique (D) passe par les points A (1 ; 3) et B (–1 ; –2).
2. Détermine l'équation de la droite (Δ) passant par le point C (2 ; –1) et parallèle à (D).
3. Détermine l'équation de la droite (L) passant par le point E (0 ; 4) et perpendiculaire à (D).

Exercice 6

On pose $q(x) = |3x - 2|$.

1. Montre que q est une application affine par intervalles.
2. Représente graphiquement q dans un repère orthonormal.

Exercice 7

f et g sont deux applications affines définies dans IR telles que :

$$f(x) = |x + 2| \text{ et } g(x) = |1 - 2x|$$

1. Montre que f et g sont des applications affines par intervalles.
2. Pour quelles valeurs de x a-t-on f(x) = g(x) ?
3. Représente graphiquement f et g dans un repère orthonormal.

Exercice 8

On donne l'expression suivante : f(x) = x + 1 + $\sqrt{(2x-3)^2}$

1. Calcule f (0) et f (-1).
2. Montre que f est une application affine par intervalles.
3. Représente graphiquement l'application f dans un repère orthonormal.
4. Résous dans IR chacune des équations suivantes : f(x) = x ; f(x) = x+2.

Exercice 9

Un gérant de cybercafé propose à ses clients deux types d'options :

Option 1 : 150 F l'heure de connexion internet avec un abonnement mensuel de 3000 F ;

Option 2 : 350 F l'heure de connexion sans abonnement.

1. Une personne a effectué une connexion mensuelle de x heures . On note $P_1(x)$ et $P_2(x)$ les prix en francs correspondant respectivement aux options 1 et 2.
   Exprime $P_1(x)$ et $P_2(x)$ en fonction de x.
2. Dans un repère orthogonal (O, I, J) construis les représentations graphiques de P_1 et P_2.
   On prendra : $\begin{cases} \text{1cm pour 1000 F sur l'axe des ordonnées} \\ \text{1 cm pour 2 heures sur l'axedes abscisses} \end{cases}$
3. a. Détermine graphiquement sur quel intervalle l'option 1 est plus avantageuse que l'option 2.
   b. Retrouve le résultat par un calcul.
4. Au bout de combien de temps de connexion deux clients d'options différentes payeront-ils le même prix ?
5. Quelle est l'option la plus avantageuse pour 5 h de connexion ?

Exercice 10

Pour organiser une colonie de vacances pour les 50 enfants de ses employés, une société établie à Dakar lance un appel d'offre auquel trois agences ont soumissionné :

- ✓ L'agence A réclame pour chacun des ses cars un forfait de 30 000F et 500F pour chaque km parcouru.
- ✓ L'agence B réclame pour chacun des ses cars un forfait de 40 000F et 300F pour chaque km parcouru.
- ✓ L'agence C réclame 64 000F pour chacun de ses cars.

1. Etablis une relation exprimant la somme y à payer en fonction du nombre x de km parcourus pour chacune des trois agences.
2. Dans un repère orthogonal, représente graphiquement les trois relations obtenues.

   On prendra : $\begin{cases} 1 \text{ cm pour } 10 \text{ km sur l'axe des abscisses.} \\ 1 \text{ cm pour } 1000\text{F sur l'axe des ordonnées.} \end{cases}$
3. Détermine graphiquement sur quelle longueur de trajet :
   - L'agence A réclame plus que l'agence B
   - L'agence A réclame la même somme que l'agence C
   - L'agence B réclame moins que l'agence C
4. Les enfants sont répartis en deux groupes :
   - ➢ Le groupe1 va à Thiès, ville distante de 70 km de Dakar
   - ➢ Le groupe2 va à Kaolack, ville distante de 192 km de Dakar.

   a. Indique sur chacun de ses deux trajets l'agence le moins chère qui sera retenue.

   b. Quelle est l'agence qui n'aura aucun part de ce marché ? pourquoi

Exercice 11 (B.F.E.M Octobre 2012)

Pour financer une sortie pédagogique, une école décide de vendre les tomates de son jardin. Le client paye en plus de la quantité de tomates achetée une somme forfaitaire fixe pour le transport.

Un commerçant qui a acheté 300 kg a versé au gestionnaire une somme totale de 125000 F.

Un membre de l'association des parents d'élèves a acheté 100 kg et a payé 45000 F.

1. Calcule le prix d'un kilogramme de tomates et la somme forfaitaire allouée au transport.
2. Soit p(x) le somme totale, en francs, payée par un client qui a acheté   kilogrammes de tomates. Détermine l'expression p(x).
3. Dans un repère orthogonal, représente graphiquement p en prenant 1 cm pour 50 kg en abscisses et 1 cm pour 10000 F en ordonnées.

4. Détermine la somme totale à payer pour un achat de 75 kg de tomates.

Exercice 12

Un fournisseur d'accès à Internet propose à ses clients 3 formules d'abonnement :

- Une formule A comportant un abonnement fixe de 12 000 F par mois auquel s'ajoute le prix des communications au tarif préférentiel de 100 F de l'heure.
- Une formule B offrant un libre accès à Internet mais pour laquelle le prix des communications est de 250 F pour une heure de connexion.
- Une formule C offrant un libre accès à Internet et comportant une carte d'abonnement annuel de 25 000 F.

Dans les deux premiers cas, les communications sont facturées proportionnellement au temps de connexion.

1. Reproduis et complète le tableau suivant :

Nombre d'heures de connexion		60	80
Prix à payer	Formule A		
	Formule B		
	Formule C		

2. Pierre se connecte 60 heures par mois et Fatou 80 heures par mois. Quelle est la formule la plus avantageuse pour chacune de ces personnes.
3. On note x le temps de connexion d'un client, exprimé en heures.
   On appelle P_A le prix à payer en FCFA avec la formule A, P_B le prix à payer en FCFA avec la formule B et P_C le prix à payer en FCFA avec la formule C.
   Exprimer P_A, P_B et P_C en fonction de x.
4. Dans un repère orthogonal trace :
   a. la droite (D_1), représentation graphique de la fonction **f** : $x \longmapsto 100x + 12000$;
   b. la droite (D_2), représentation graphique de la fonction **g** : $x \longmapsto 250x$;
   c. la droite (D_3), représentation graphique de la fonction **h** : $x \longmapsto 25\,000$;
   (On prendra 1 cm pour 10 h sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 5 000 F sur l'axe des ordonnées)

5. Moïse, qui a choisi la formule A a payé 20 000 F.
   a. Détermine graphiquement le temps pendant lequel il s'est connecté.

b. Vérifie le résultat par le calcul.

6.a. Résous dans IR l'inéquation : $250\,x \leq 100\,x + 12\,000$.

b. Interprète le résultat obtenu.

7. Détermine graphiquement à partir de quelle durée de connexion par mois la formule C est plus avantageuse que les deux autres.

ACTIVITES GEOMETRIQUES

THEOREME DE THALES

Exercice 1

1. Enonce dans ton cahier le théorème de Thalès.
2. Enonce dans ton cahier la réciproque du théorème de Thalès.

Exercice 2

Donne la ou les figures présentant deux triangles en position de Thalès.

Figure 1
(BE) // (DC)

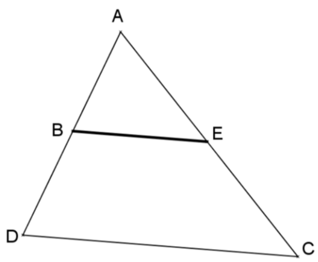


Figure 2

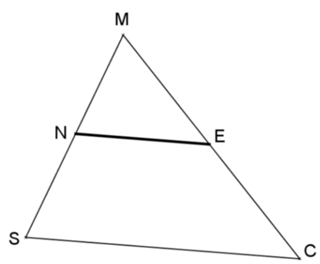
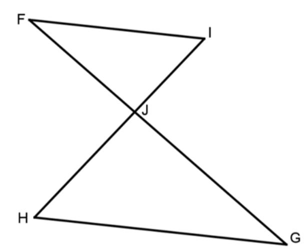


Figure 3
(FI) // (HG)



Exercice 3

Soient les triangles ABC et ADE tels que B $\in$ [AD] et C$\in$ [AE].

Dans chacun des cas ci-dessous, les droites (BC) et (DE) sont-elles parallèles ? justifie ta réponse

1. AB = 4 cm, AD = 12 cm, AC = 8 cm et AE = 24 cm.
2. AB = 6 cm, AD = 15 cm, AC = 7 cm et AE = 14 cm.

Exercice 4

Recopie et remplace les pointillés par le mot ou groupe de mots qui convient :

1. Si ABC est un triangle, M$\in$ [AB] et N $\in$ [AC], (MN) // (BC) alors $\ldots \frac{AM}{AB} = \ldots$
2. Si MEN est un triangle ; M, A, E et M, B, N sont alignés dans le même ordre et

   $\frac{MA}{ME} = \frac{MB}{MN}$ alors (AB) …… (EN).

Exercice 5

Réponds par vrai ou faux :

1. FEG est un triangle, M$\in$ [FE] et N$\in$ [FG] tels que (MN) // (EG), d'après la réciproque du théorème de Thalès $\frac{FM}{FE} = \frac{FN}{FG}$.
2. Si MAN est un triangle ; M, I, A d'une part et M, J, N d'autre part sont alignés dans le même ordre et $\frac{MI}{MA} = \frac{MN}{MJ}$ alors (IJ)// (AN).
3. Si deux triangles sont en position de Thalès alors les supports de deux de leurs côtés sont parallèles.
4. MNL et MAB sont deux triangles tels que (NL) // (AB) alors MNL et MAB sont en position de Thalès.
5. Si ABC est un triangle, K $\in$ [BC] et la parallèle à (AB) passant par K coupe (AC) en J alors CKJ et CBA sont des triangles en position de Thalès.

Exercice 6

ABCD est un trapèze rectangle tel que AB = 4 cm, AD = 3 cm et DC = 6 cm.

1. Fais la figure en vraie grandeur que tu compléteras au fur et à mesure.
2. Calcule BD et AC.
3. La perpendiculaire à la droite (DC) passant par B coupe (DC) en E.
   Montre que BC = $\sqrt{13}$.
4. Soit F le point de la droite (EB) n'appartenant pa à [BE] tel que EF = 1,5 cm.
   Démontre que (CF) et (DB) sont parallèles.
5. Calcule (FC).

Exercice 7

(Δ_1) et (Δ_2) sont deux droites sécantes en O.

A $\in$(Δ_1) et B $\in$ (Δ_1), C $\in$(Δ_2) et D $\in$ (Δ_2) ; (AC) // (BD) et OA = 4 cm, OB = 10 cm et OC = 5 cm.

a. Fais la figure.
b. Calcule OD.
c. F $\in$ (Δ_1) et E $\in$ (Δ_2) tel que OF = 3 cm, OE = 4 cm.
   Les droites (EF) et (AC) sont elles parallèles ?

Exercice 8

ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 2,1 cm, AC = 2,8 cm. I est un point du segment [BC] tel que CI = 2 cm. La parallèle à (AB) qui passe par I coupe (AC) en J.

Calcule BC puis CJ.

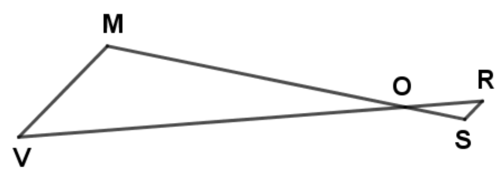
Exercice 9

1. Construis un triangle ABC tel que AB = 4,5 cm, AC = 5 cm et BC = 6 cm.
2. Place sur le segment [BC] le point P tel que CP = 3 cm et sur le segment [AC] le point Q tel que AQ = 2,5 cm.
3. Démontre que les droites (PQ) et (AB) sont parallèles.
4. Place le point R sur le segment [BC] tel que CR = 4,5 cm. La parallèle à la droite (AB) passant par R coupe la droite (AC) en S.
   Calcule CS et RS.

Exercice 10

Sur la figure ci-contre, MO = 7,5 cm, OV = 18 cm,

OS = 1,5 cm et OR = 3,6 cm, RS = 3 cm.



1. Montre que les droites (MV) et (RS) sont parallèles.

2. Calcule VM.

Exercice 11

BIC est un triangle. La bissectrice de l'angle $\widehat{BIC}$ coupe (BC) en L. La parallèle à (BI) passant par C coupe (IL) en T.

1. Démontre que le triangle CIT est isocèle en C.
2. Démontre que $\frac{LC}{LB} = \frac{IC}{IB}$

Exercice 12

ABC est un triangle. E est un point de [AB] tel que $\frac{AE}{AB} = \frac{2}{3}$.

- La droite parallèle à (BC) passant par E coupe (AC) au point F.
- La droite parallèle à (AB) passant par F coupe la droite (BC) en G.

- La droite parallèle à (AC) passant par G coupe la droite (AB) en H.
- Les droites (EF) et (GH) se coupent au point I.

Démontre que :

a. $\frac{AH}{AB} = \frac{1}{3}$.
b. H est le milieu du segment [AE].
c. $\frac{HI}{AF} = \frac{1}{2}$.

Exercice 13

Soient F, A et B trois points alignés dans cet ordre sur une droite (D) tels que FA = 4 cm et AB = 6 cm. $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ sont deux cercles de diamètres respectifs [AB] et [AF].

Place un point C sur le cercle $(\mathcal{C})$ tel que BC = 3 cm.

1. Donne en justifiant, la nature du triangle ABC.
2. Calcule la longueur AC
3. La droite (AC) coupe le $(\mathcal{C}')$ en E.
   a. Donne en justifiant, la nature du triangle AEF puis démontre que (BC) // (EF).
   b. Calcule les longueurs AE et EF.

Exercice 14

1. Soit un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon 4 cm et [AD] un de ses diamètres.
   a. Dans l'un des demi-plans de frontière (AD), construis le point G tel que le triangle ADG soit équilatéral.
   b. Dans l'autre demi-plan, place le point B du cercle $(\mathcal{C})$ tel que AB = 4 cm.
2. Démontre que le triangle OAB est équilatéral.
3. Justifie que les angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{ADG}$ sont égaux puis déduis-en la position relative des droites (AB) et (DG).
4. La droite (BG) coupe (AD) en I et $(\mathcal{C})$ en J. En utilisant le théorème de Thalès, justifie que $\frac{IA}{ID} = \frac{1}{2}$.

Exercice 15

1. Construis un triangle IJK rectangle en I tel que IJ = 4,5 cm et IK = 6 cm.
2. Calcule JK.
3. Place le point P $\in$ [IJ] tel que JP = 3 cm, puis trace la parallèle à (IK) passant par P qui coupe (JK) en L.
4. Calcule les distances JL et PL.
5. Soit A_1 l'aire du triangle IJK et A_2 celle du triangle JPL. Montre que $\frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{JI}{JP}\right)^2$.
6. Construis sur [JI), le point A tel que JA = 6 cm puis sur [KI) le point B tel que IB = 2 cm
   et B $\notin$ [KI].
7. Démontre que les droites (AB) et (KJ) sont parallèles.

Exercice 18

Dans le plan, on considère un triangle ABC rectangle en B tel que : AB = 2 cm et BC = 1 cm.

1. Fais une figure complète puis calcule AC.

2. Place le point D, tel que B soit un point de [AD] et AD = 8 cm.

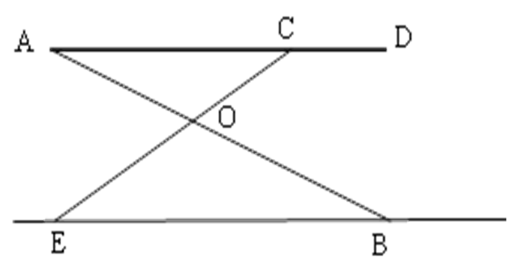
3. Soit E le point de la droite (AC) dont la projection orthogonale sur (AB) est le point D.

a. Montre que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

b. Calcule les distances AE et DE.

Exercice 19

La figure ci-dessous donne le schéma d'une table à repasser.



Le segment [AD] représente la planche. Les segments [AB] et [EC] représentent les pieds.

Les droites (AB) et (EC) se coupent en O.

On donne : AD = 125 cm ; AC = 100 cm ; OA = 60 cm ; OB = 72 cm ; OE = 60 cm ; OC = 50 cm.

1. Montre que la droite (AC) est parallèle à (EB).

2. Calcule l'écartement EB en cm.

3. Le triangle EOB est-il rectangle ? Justifie ta réponse.

Exercice 20

1. Construis le triangle ABC tel que : AB = 6 cm ; AC = 9 cm ; BC = 7 cm.

2. Construis le point M de [BC] tel que : BM = $\frac{2}{3}$ BC.

3. La parallèle à (AB) passant par M coupe (AC) en N.

a. Démontre que $\frac{CN}{AC} = \frac{1}{3}$.

b. Calcule NC.

4. Calcule MN.

5. La parallèle à (BC) passant par N coupe (AB) en F.

La parallèle à (BN) passant par F coupe (AC) en G.

Démontre que : $AN^2 = AC \times AG$.

Exercice 21

Soit le triangle ABC tel que AB = 5,2 cm, BC = 3,9 cm et AC = 4,8 cm. M est le point du côté [AB]

tel que AM = 4 cm.

1. La parallèle à (BC) passant par M coupe le côté [AC] en N. Calcule la longueur MN.

2. La perpendiculaire à (BC) passant par A coupe (MN) en I et (BC) en J.

Calcule $\frac{\mathrm{AI}}{\mathrm{AJ}}$.

3. Soit A’ un point de la parallèle à (BC) passant par A, on appelle respectivement M’ et N’ les intersections de (A’B) et (A’C) avec la droite (MN).

a. Calcule $\frac{\mathrm{A'M'}}{\mathrm{A'B}}$.

b. Calcule M’N’.

ANGLES INSCRITS

Exercice 1

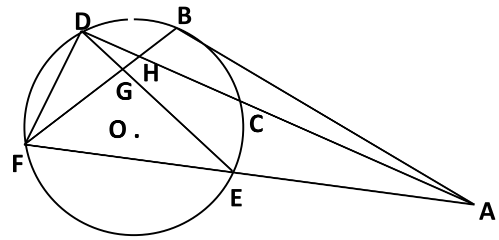
Définis les expressions suivantes :

Angle inscrit ; Angle au centre ; Angles associés.

Exercice 2

Les angles cités dans le tableau ci-dessous sont-ils des angles inscrits dans le cercle C (O ; r) ? Si oui, quel est l'arc intercepté et nomme l'angle au centre associé.

Recopie et complète le tableau.



Angles	Inscrit (oui /non)	Arc intercepté	Angle au centre associé
$\widehat{EDF}$			
$\widehat{ADE}$			
$\widehat{DAF}$			
$\widehat{BFA}$			
$\widehat{DEF}$			

Exercice 3

On considère dans un cercle, deux angles inscrits et un angle au centre qui interceptent le même arc. Dans chaque cas, indique la réponse exacte.

1. Si l'angle au centre mesure 34°, alors chaque angle inscrit mesure

   a. 34° b. 17° c. 68°

2. Si l'un des angles inscrits mesure 25°, alors l'autre angle inscrit mesure.

   a. 25° b. 12.5° c. 50°

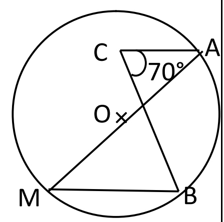
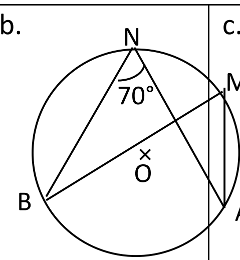
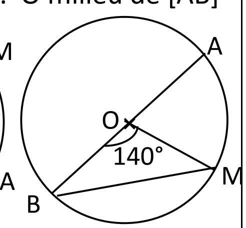
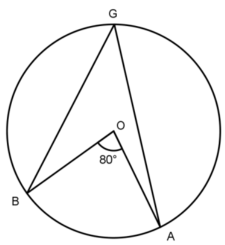
3. Si l'un des angles inscrits mesure 76°, alors l'angle au centre mesure.

   a. 76° b.38° c.152°

Exercice 4

Dans chacun des cas ci-dessous indique la bonne réponse parmi celles qui sont proposées

<table>
<tr>
<td>1. O est le centre du cercle.

L'angle $\widehat{AMB}$ mesure 70° sur la figure……</td>
<td>a.

</td>
<td>b.

</td>
<td>c. O milieu de [AB]

</td>
</tr>
<tr>
<td>2. Sur la figure ci-dessous, A, B et G sont trois points du cercle de centre O.
L'angle $\widehat{BGA}$ mesure …

</td>
<td>a.

80°</td>
<td>b.

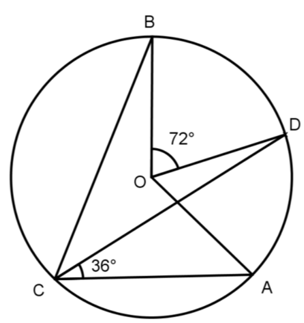
280°</td>
<td>c.

140°</td>
</tr>
</table>

Exercice 5

Dans chacun des cas ci-dessous, recopie la ou les réponses exactes.

1. A, B, C et D sont quatre points du cercle de centre O ci-dessous tels que $\widehat{BOD}$=72° et $\widehat{DCA}$=36°

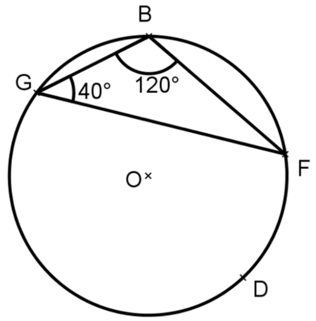


Alors

a. $\widehat{AOD}$=72° b. $\widehat{DCB}$=36° c. [CD] est la bissectrice de l'angle $\widehat{ACB}$:

2. B, D, F et G sont quatre points du cercle de centre O ci-dessous tels que F$\hat{B}$G=120° et F$\hat{G}$B=40°.

Alors : $\widehat{BFG}$=20° ; $\widehat{BDG}$=20° ; $\widehat{BDG}$=10°



Exercice 6

Construis un cercle C (O ; r) et marque sur (C) les points A, B et E tels que A et E soient diamétralement opposés et $\widehat{AEB}$ = 30°.

1. Calcule l'angle $\widehat{AOB}$.

2. Montre que le triangle AOB est équilatéral.

Exercice 7

Construis un triangle ABC puis trace le cercle (C) circonscrit à ce triangle.

Soit O le centre de ce cercle et M le symétrique de B par rapport à O.

1. a. Donne la relation entre les mesures des angles suivants:
   b. $\widehat{MOC}$ et $\widehat{MBC}$.
   c. $\widehat{MOA}$ et $\widehat{MBA}$.
   d. Déduis-en $\widehat{ABC}$ en fonction de $\widehat{AOC}$
2. a. Compare $\widehat{BAM}$ et $\widehat{BCM}$.
   b. Déduis-en la nature de chacun des triangles ABM et MCB.

Exercice 8

On considère un cercle (C) de centre O et A, M et B trois points distincts de (C) non diamétralement opposés deux à deux.

1. Justifie que les triangles AOB, AOM et BOM sont isocèles.

2. Exprime la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ en fonction de la mesure de l'angle $\widehat{OAB}$.

3. On note $\widehat{OAB} = a$; $\widehat{OMA}$ = b et $\widehat{OBM}$ = c.

a. Exprime la somme des angles du triangle AMB en fonction de a, b et c.

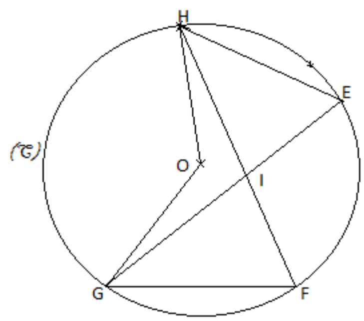
b. En utilisant la propriété de la somme des angles dans un triangle, exprime 2a en fonction de b et c.

c. Déduis du b. et du 2. l'expression de l'angle $\widehat{AOB}$ en fonction b et c.

d. Déduis, en factorisant par 2, l'expression de l'angle $\widehat{AOB}$ en fonction de l'angle inscrit A

Exercice 10

Sur la figure ci-dessous, les points E, F, G et H sont sur le cercle (C) de centre O. Les droites (FH) et (EG) sont sécantes au point I. $\widehat{\mathrm{HOG}}$ = 130° et $\widehat{\mathrm{EHF}}$ = 40°



Calcule la mesure de chaque angle du triangle FGI. Justifier chaque réponse.

Exercice 11

Soit SUD un triangle tel que SU = 6 cm, $\widehat{\mathrm{SUD}}$= 60° et $\widehat{\mathrm{DSU}}$ = 45°, (C) est le cercle de centre O circonscrit au triangle SUD.

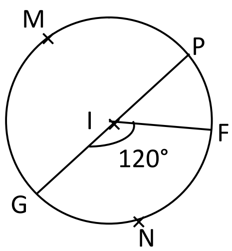
1. Fais une figure.
2. Montre que $\widehat{\mathrm{UOD}}$ = 90°
3. Soit A le point diamétralement opposé à D.
   a. Calcule $\widehat{\mathrm{SAD}}$.
   b. Montre que (SU) est la bissectrice de $\widehat{\mathrm{DSA}}$
4. Soit M un point de l'arc $\frown$;DU
   a. Quel est l'angle au centre associé à $\widehat{\mathrm{DMU}}$?
   b. En déduis la mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{DMU}}$.

Exercice 12

On considère la figure ci-dessous dans laquelle :

– Les points P, F, N, M et G appartiennent au cercle de centre I .

– Le segment [GP] est un diamètre du cercle et le point F appartient à la médiatrice de [MG]



1. quelle est la nature du triangle GNP ?
2. Démontre que le triangle MGF est un triangle équilatéral
3. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{GNF}$

Exercice 13

ABC est un triangle rectangle en B tel que AB = 5 cm ; $\widehat{BAC}$ =30°.

1. Construis ABC.

2. Construis le cercle circonscrit au triangle ABC son centre est O.

3. La hauteur (BI) de ABC coupe (AC) en I et le cercle en J.

Détermine $\widehat{\mathrm{BJC}}$

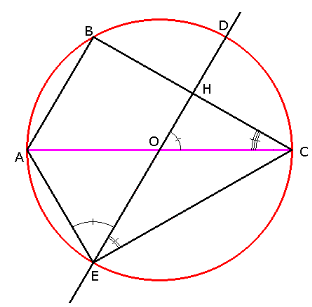
4. Calcule les mesures des angles du triangle BOC

5. Calcule les mesures des angles du triangle ABJ.

Exercice 14

On considère la figure ci-contre où le cercle de centre O a pour diamètre AC = 10 cm ;

B sur le cercle tel que AB = 5 cm.



1. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie ta réponse.
2. Calcule la valeur exacte de la distance BC.
3. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{ACB}}$.
4. La parallèle à la droite (AB) passant par O coupe le segment [BC] en H et le cercle en deux points D et E tels que CD < CE.
   a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{HOC}}$.
   b. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{DEC}}$ et celle de l'angle $\widehat{\mathrm{DEA}}$.

RELATIONS TRIGONOMÉTRIQUES DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

Exercice 1

ABC est un triangle rectangle en C tel que : CB = 4 cm et AC = 3 cm.

Calcule : sin $\widehat{B}$, cos $\widehat{B}$ et tan$\widehat{B}$..

Exercice 2

Dans le triangle HBA rectangle en H, $\widehat{B}$ = 60° et HB = 4 cm.

Calcule les distances BC et HC.

Exercice 3

ABC est un triangle rectangle en B tel que : $\widehat{A}$ = 30° et CB = 5 cm.

Calcule AC et AB.

Exercice 4

Dans le triangle ABC rectangle en B, on a : sin $\widehat{A} = \frac{\sqrt{5}}{3}$. Détermine cos $\widehat{C}$.

Exercice 5

On considère un cercle (C) de centre O et de rayon r. Soit [AB] un diamètre de ce cercle, (Δ) la tangente en B à (C). Une droite (L) passant par A recoupe (C) en C et coupe (Δ) en E. On désigne par α la mesure de $\widehat{BAC}$.

1. Exprime en fonction de r et α : CA; CB; EA ; EB.
2. Calcule : CA ; CB ; EA; EB pour r = 2 cm et α = 30°.

Exercice 6

1. a. Construis un cercle (C) de centre I et de rayon 4 cm. A et B sont diamétralement opposés.

Place un point M sur (C) tel que : AM = 4 cm.

b. Quelle est la nature du triangle AMI?

c. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{BIM}$.

2. K est le point d'intersection de la perpendiculaire à (AB) passant par I et la droite (AM).

a. Justifie que AMB est un triangle rectangle.

b. En remarquant que cos $\widehat{BAM}$ = cos$\widehat{KAI}$. Calcule AK et KI.

3. Le point H est le projeté orthogonal de M sur (AB). Calcule cos $\widehat{B}$ de deux manières différentes.

Exercice 7

Soit un segment [OA], OA = 4 cm. M est un point appartenant au cercle C(O, 3 cm) tel que $\widehat{AOM}$ = 30°, R un point du plan tel que OARM est un parallélogramme.

Calcule l'aire de OARM. (Tu peux projeter orthogonalement M sur [AO]).

Exercice 8

(C) est un cercle de diamètre [AB], de rayon r, (BX) est tangente à (C) en B.

Une droite passant par A coupe (C) en M et la tangente (BX) en T, avec $\widehat{BAT}$ = a°.

Exprime AM, MB, BT, AT à l'aide de a et r.

Exercice 9

Construis le triangle ABC rectangle en A tel que AB= 8 cm et AC = 6 cm.

1. Calcule BC, cos $\widehat{ABC}$, sin $\widehat{ABC}$ puis tan $\widehat{ABC}$.
2. Place le point M sur le segment [AB] tel que $AM = \frac{1}{3}AB$.
3. La parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N. Calcule AN.
4. Soient O et P les symétriques respectifs des points M et N, par rapport à A.
   Montre que (MN) est parallèle à (OP).

Exercice 10

Soit un cercle ($\mathcal{C}$) de centre I et de rayon 4 cm. A et B sont deux points de ($\mathcal{C}$) diamétralement opposés et M un point de ($\mathcal{C}$) tel que AM = 4 cm.

1. Justifie que AMB est un triangle rectangle.
2. Quelle est la nature du triangle AMI ?
3. Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{BIM}$.
4. K est le point d'intersection de la perpendiculaire à (AB) passant par I et la droite (AM).
   En remarquant que $\widehat{BAM} = \widehat{KAI}$, calcule AK et KI.
5. Le point H est le projeté orthogonal de M sur (AB).
   a. Calcule cos $\hat{B}$ de deux manières différentes.
   b. Exprime BH en fonction de cos $\hat{B}$ puis démontre que BH= $\frac{BM^2}{AB}$.
6. Soit le point E sur le segment [AM] tel que AE = 3 cm. La parallèle à (IM) passant par E coupe le segment [A I] en F.
   Quelle est la nature du triangle AEF ?

Exercice 11

1. Soit un demi-cercle ($\mathcal{C}$) de centre O et de diamètre [AB] tel que AB = 2r.

Soit M un point du demi-cercle ($\mathcal{C}$), plus proche de B que de A.

Quelle est la nature du triangle AMB ? Justifie ta réponse.

2. Soit a et b les mesures respectives des angles $\widehat{BAM}$ et $\widehat{BOM}$ et C le pied de la hauteur du triangle AMB issue de M.

a. Donne deux expressions différentes de cos a.

b. Déduis-en que : AC = AM cos a ; AM² = AB $\times$ AC .

c. On sait que AC = AO + OC.

Exprime OC en fonction de cos b et de r. Déduis-en que AC = r (1 + cos b).

d. Déduis des questions précédentes que cos²a = $\dfrac{1+\cos b}{2}$

Exercice 12

ABC est un triangle rectangle en B. H est le pied de la hauteur issue de B. On note α la mesure de $\widehat{BCA}$. On donne : sin (α) = $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ BH = $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ et AC = $\sqrt{5}$.

1. a. Sachant que $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$, calcule cos(α).

   b. Déduis-en HC et AB.

2. Une droite (d) parallèle à (BC) et passant par H coupe [AB] en E.

   a. Compare les mesures des angles $\widehat{EHA}$ et $\widehat{BCA}$.

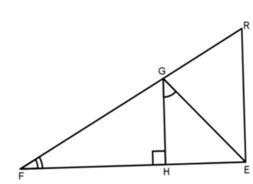
   b. Déduis-en que $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{EA}{EH}$

Exercice 13

1. Soit un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 8 cm et AC = 4 cm. Calcule BC.
2. Soit H le projeté orthogonal de A sur [BC]. On donne
   $AB^2 = BH \times BC \quad et \quad AC^2 = CH \times BC$
   a. Calcule BH, CH puis AH.
   b. La parallèle à (AH) passant par C coupe (AB) en E .Calcule AE puis déduis-en EC.
   c. Calcule sin $\hat{E}$.

Exercice 14

On donne la figure ci-contre où HG = 6 cm, $\widehat{EGH} = 45°$, sin $\widehat{HFG} = \frac{3}{5}$, (GH) est la hauteur du triangle EFG issue de G et (HG) parallèle à (ER).



1. Détermine $\cos\widehat{HGF}$.
2. En utilisant les relations trigonométriques dans le triangle rectangle, calcule les longueurs FG et FH.
3. Justifie que le triangle EGH est rectangle et isocèle en H puis déduis-en EH.
4. Calcule la longueur RE.

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Exercice 1

Recopie puis réponds par vrai ou faux :

1. Un tétraèdre est une pyramide qui a quatre faces.
2. La hauteur d'une pyramide est la droite qui relie son sommet au centre de sa base.
3. Une génératrice d'un cône de révolution est un segment qui relie le sommet du cône à un point du cercle de base.
4. Si une pyramide a sept faces, alors sa base est un hexagone.
5. La hauteur d'une pyramide passe toujours par le centre de la base.
6. Le patron d'un cône de révolution est constitué de 2 disques pleins.
7. Dans un cône de révolution, la longueur d'une génératrice est le périmètre du disque de base.

Exercice 2

Reproduis la figure puis relie chaque phrase de la colonne A à un nom de figure de la colonne B.

Colonne A	Colonne B
La section d'une pyramide à base carrée par un plan parallèle à la base est un	hexagone.
La section d'un tétraèdre régulier par un plan parallèle à la base est un	carré.
La section d'une pyramide à base hexagonale par un plan parallèle à la base est un	triangle équilatéral.

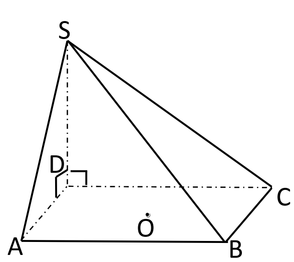
Exercice 3

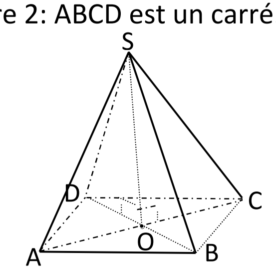
Dans chacune des figures ci-dessous :

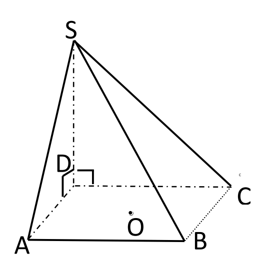
donne la hauteur de la pyramide SABCD,

la pyramide est-elle régulière ? Justifie ta réponse.

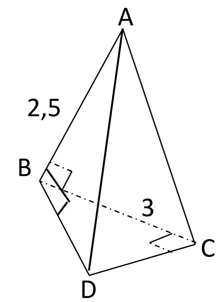
Figure 1: ABCD est un rectangle. Figure 2: ABCD est un carré. Figure 3: ABCD est un carré.







Exercice 4



1. ABCD est une pyramide dont la base est un triangle rectangle et isocèle en C tel que : AB = 2,5 cm et BC = 3 cm.

(Voir figure ci-contre)

Construis le patron de cette pyramide.

2. Construis le patron d'un cône de révolution de rayon de base 3 cm et de génératrice 5 cm.

Exercice 5

Un cône de révolution a pour rayon de base 4 cm et pour hauteur $2\sqrt{5}$ cm.

1. Calcule sa génératrice.
2. Calcule l'aire latérale du cône.

Exercice 6

Une pyramide de base un hexagone régulier inscrit dans un cercle de centre O et de rayon

11 cm

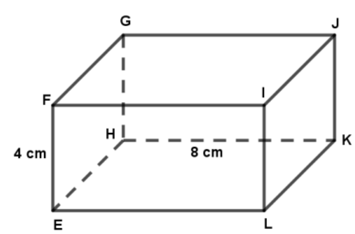
a une hauteur de 23 cm.

1. Détermine l'aire latérale de cette pyramide.

2. Détermine le volume de cette pyramide.

Exercice 7

EFGHLIJK est un parallélépipède rectangle tel que :
EF = 4 cm, EH = 4 cm et HK = 8 cm.
1. Calcule le volume du parallélépipède.
2. Calcule EG.
3. Calcule l'aire du triangle EGH.
4. Calcule le volume de la pyramide de base EGH et de sommet L.
5. Calcule l'aire totale de cette pyramide.



Exercice 8

On considère une pyramide SABCD de base le rectangle ABCD de centre O et de hauteur [SO]. On donne AB = 8 cm, AD = 3 cm et SO = 8 cm.

1. Calcule AC. Déduis-en OA.

2. Calcule SA.

3. Calcule l'aire latérale de la pyramide.

4. Calcule l’aire totale de la pyramide.

5. Calcule le volume de la pyramide.

Exercice 9

SABCD est une pyramide à base carrée ABCD de centre H.

On donne : AB = 20 cm, SA = 40 cm, SH est la hauteur et A’ est le milieu de [SA].

On coupe la pyramide par un plan parallèle à sa base passant par A’.

1. Calcule AC, AH et SH.

2. Soit K milieu de [AB], calculer SK.

3. Calcule le volume de la pyramide SABCD. Déduis-en le volume V’ de la pyramide réduite.

4. Calcule le volume du tronc de la pyramide obtenue après la section.

Exercice 10

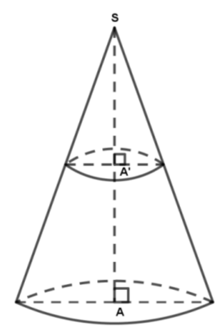
Sur la figure ci-contre on a un cône de révolution tel que

SA = 12 cm.

Un plan parallèle à la base coupe ce cône tel que

SA' = 3 cm.

(La figure ci-contre n'est pas à l'échelle).



1. Le rayon du disque de base du grand cône est de 7 cm. Calcule la valeur exacte du volume du grand cône.

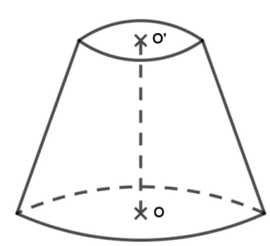
2. Quel est le coefficient de réduction qui permet de passer du grand cône au petit cône ?

3. Calcule la valeur exacte du volume de ce petit cône, puis donne la valeur arrondie au centimètre-cube près.

Exercice 11

La figure ci-contre représente un tronc de cône dont les bases ont pour aires 12 cm^2 et 100 cm^2.

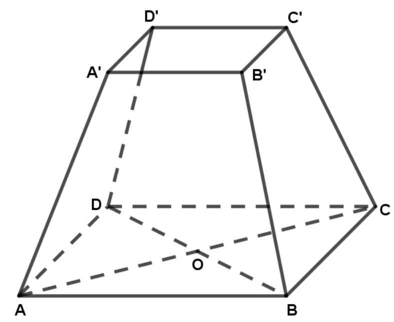
La distance OO’ des centres de bases est égale à 6 cm.



1. Calcule la hauteur puis le volume du cône.
2. Calcule le volume du tronc de cône.

Exercice 12

Le solide A’B’C’D’ABCD est une caisse qui a la forme du tronc d’une pyramide régulière SABCD à base carrée qui peut contenir 2054 cm^3 de mil.



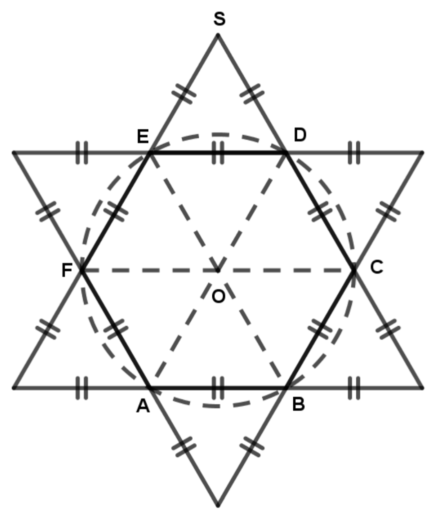
On donne : SA’= 10 cm, SO = 28 cm,

AC = 20 cm et AB = 15 cm.

1. Que représente [SA] pour la pyramide ?
2. Calcule sa longueur.
3. Calcule le volume de la pyramide SABCD.

Exercice 13

Cette médaille ci-contre est tirée d’un patron d’une pyramide à base hexagonale. On y voit 6 faces qui sont des triangles équilatéraux superposables.



La hauteur de chaque triangle est de $4\sqrt{3}$ cm.

Calcule :

1. l’arête de base de la pyramide ;
2. l’aire de base de la pyramide ;
3. sachant que la hauteur SO de la pyramide vaut 6 cm, calcule le volume et l’aire latérale de la pyramide.

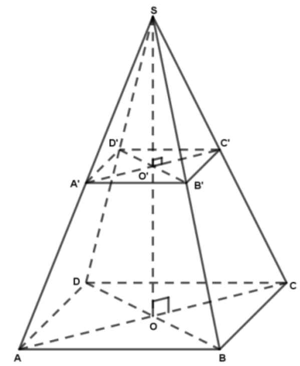
Exercice 14

Une boîte de chocolat a la forme d’une pyramide régulière à base carrée de côté 4 cm et de hauteur 6 cm.

1. Calcule la longueur d’une arête d’une face latérale.
2. La boîte peut-elle contenir 40 cm^3 de chocolat ? Justifie ta réponse.

Exercice 15

La figure ci-contre A’ B’ C’D’ A B C D représente un emballage d’un jus d’orange.



On donne : OC = 6 cm, O’C’ = 4,5 cm et OO’ = 12 cm.

1. Calcule le coefficient de réduction k.
2. Calcule la hauteur SO.
3. Calcule le volume de jus d’orange que peut contenir cet emballage.
4. Sachant qu’on dispose de $1\mathrm{m}^3$ de jus d’orange dans un réservoir, combien d’emballages de jus peut-on remplir ? Quel est le volume de jus restant ?

Exercice 16

Fatou mange de la glace ayant la forme d’un cône de révolution.

Au bout d’un moment, la hauteur de sa glace diminue de moitié.

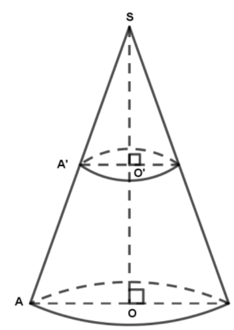
Les figures ci-contre schématisent la situation.

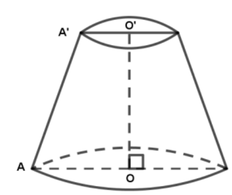
On donne : SA = 15 cm et OA = 2 cm.

On admet que les droites (OA) et (O’A’) sont parallèles.

1. Dessine le triangle SAO à l’échelle $\frac{1}{2}$ et calcule O’A’.
2. Calcule le volume de la glace que Fatou a mangé.

Quelle fraction du volume initial lui reste-t-il à manger ?

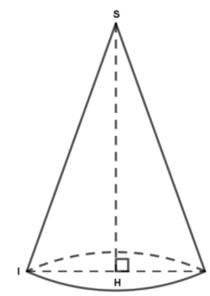




Exercice 17

Le chapeau d'un berger a la forme d'un cône de révolution de sommet S. (Voir figure ci-contre)

On donne : IH = 10 cm, SH = 10 cm et H est le centre du disque de base.



1. Calcule le volume de ce cône.
2. Le berger recouvre son chapeau extérieurement d'un papier de décoration vendu par feuille carrée de 10 cm de côté et à 1 000F la feuille. Calcule la dépense minimale.

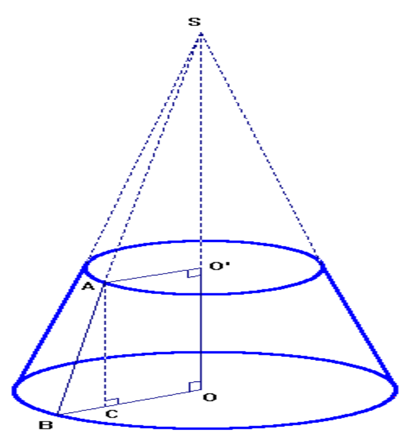
Exercice 18

Un socle en béton a la forme d'un tronc de pyramide régulière de grande base le carré EFGH de 24 dm de côté; de petite base le carré ABCD de 16 dm de côté; de hauteur 12 dm. Calcule le volume de ce socle.

Exercice 19

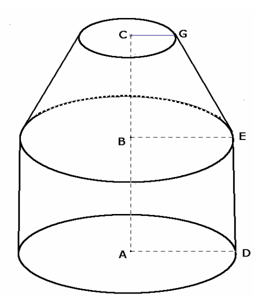
On considère le tronc de cône ci-contre associé à un cône de révolution de sommet S et de rayon OB = 6 cm.

1. Sachant que OO' = 4 cm ; OB = 6cm et O'A = 3cm, montre que AB = 5cm.
2. Montre que la hauteur SO de ce cône est égale à 8 cm.
3. La génératrice SB de ce cône est égale à 10 cm ; calcule l'aire latérale A_L du cône.
4. Ce cône de révolution est obtenu d'un secteur circulaire d'angle α . Calcule en degré la mesure de l'angle α du développement de ce cône.
5. Calcule le volume V_c du cône initial.



Exercice 20

Le dessin ci–contre représente un réservoir formé d'un tronc de cône de hauteur 6 dm et de rayon de base (petite base) 4 dm ; d'un cylindre de hauteur 8,5 dm et de rayon 7 dm.



Calcule :

a. Le volume V_1 du tronc de cône ;

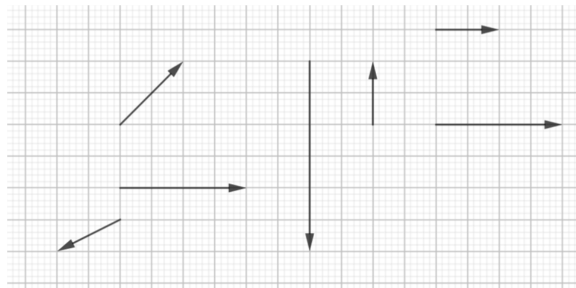
b. Le volume V_2 du cylindre et le volume total V_t du réservoir.

VECTEURS

Exercice 1

Reproduis la figure ci-contre en utilisant le quadrillage du cahier puis construis les vecteurs

$\vec{u}+\vec{v}$; $\vec{x}+\vec{y}$; $\vec{u}+\vec{w}$; $\vec{s}+\vec{t}$



Exercice 2

a. Construis un triangle ABC tel que AB = 4 cm, AC = 3,5 cm et BC = 3 cm.

b. Construis les vecteurs $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}$.

c. Marque le point E milieu de [AB] puis construis le vecteur $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{CB}$

Exercice 3

Recopie et complète en utilisant la relation de Chasles.

$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}=\dots$; $\overrightarrow{MN}+\dots=\overrightarrow{MD}$; $\overrightarrow{\dots A}+\overrightarrow{\dots C}=\overrightarrow{KC}$; $\overrightarrow{BS}=\overrightarrow{\dots C}+\dots$; $\overrightarrow{MN}=\dots+\dots$

Exercice 4

Réduis les sommes ci-dessous.

$\vec{u}=\overrightarrow{BL}+\overrightarrow{LC}+\overrightarrow{CK}$; $\vec{v}=\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{HP}$; $\vec{w}=\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{KO}+\overrightarrow{EK}$; $\vec{s}=\overrightarrow{OE}-\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{KO}$.

Exercice 5

Soit ABCD un parallélogramme. Démontre que :

a. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$; b. $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}$.

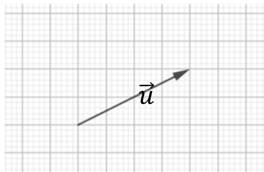
Exercice 6

Soit A, B et C trois points tels que $\overrightarrow{AB}+3\,\overrightarrow{AC}=\vec{O}$.

Démontre que $\overrightarrow{BA}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CA}=\frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$.

Exercice 7

Reproduis la figure ci-contre en utilisant le quadrillage du cahier puis construis les vecteurs : $2\vec{u}$; $-\vec{u}$; $\frac{3}{2}\vec{u}$; $-\frac{2}{3}\vec{u}$.



Exercice 8

1. Construis un triangle ABC tel que AB = 5 cm , AC= 4 cm et BC = 3, 5 cm.

2. Construis les points M, N et P tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CN} = \frac{-3}{4}\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{BP} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AB}$.

3. Démontre que le quadrilatère AMBP est un parallélogramme.

Exercice 9

Démontre que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires dans chacun des cas ci-dessous.

1. $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = 2\,\overrightarrow{AB}$; 2. $\vec{u} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = 4\,\overrightarrow{AB}$; 3. $\vec{u} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \frac{7}{3}\overrightarrow{AB}$

Exercice 10

Soit ABC un triangle.

1.a. Construis les points M et N tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

b. Démontre que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

2.a. Construis les points H et P tel que $\overrightarrow{MH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

b. Démontre que les points A, H et P sont alignés.

Exercice 11

Soit ABC un triangle.

1.a. Construis les points E et F tels que $\overrightarrow{CE} = \frac{-1}{3}\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{-1}{3}\overrightarrow{CB}$

b. Démontre que les droites (EF) et (AB) sont parallèles.

2.a. Construis les points O et N tel que $\overrightarrow{EO} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$.

b. Démontre que les points C, O et N sont alignés.

REPÉRAGE DANS LE PLAN

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). On donne :

$\overrightarrow{OA} = 2\overrightarrow{OI} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OJ}$; $\overrightarrow{OB} = -2\overrightarrow{OI}$; $\overrightarrow{OD} = 3\overrightarrow{OJ}$; $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OI} - \overrightarrow{OJ}$ et $\overrightarrow{OE} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{OJ}$

1. Donne les coordonnées des points A, B, C, D et E.
2. Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EB}$.
3. Déduis-en les coordonnées des vecteurs ci-dessous :

   $\vec{u}_1 = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$; $\vec{u}_2 = \frac{3}{2}\overrightarrow{EB}$; $\vec{u}_3 = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EB}$ et $\vec{u}_4 = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{EB}$

Exercice 2

1. On donne les réels a et b ainsi que les vecteurs $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2+a \\ 5 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -3 \\ b-7 \end{pmatrix}$.

   Détermine a et b pour les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ soient égaux.
2. On considère les points O(− 5 ; 1) ; P (− 3 ; 4) Q(3 ; 2) et R(1 ; − 1).

a. Montre que OPQR est un parallélogramme.

b. Détermine les coordonnées de son centre K.

Exercice 3

On donne les points $E\binom{4}{3}$; $F\binom{-2}{2}$ et $G\binom{5}{-1}$

1. Place ces points dans un repère orthonormal.
2. Calcule les coordonnées du point H pour que EFGH soit un parallélogramme. Place H.
3. Calcule les coordonnées du point L symétrique E par rapport à H. Place L
4. Calcule les coordonnées du point M image de G par la translation de vecteur $\overrightarrow{HF}$.

   Place le point M.

Exercice 4

On donne $A\binom{-2}{1}$; $\overrightarrow{CD}\binom{15}{9}$ et $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} -2 \\ \frac{10}{3} \end{pmatrix}$

1. Trouve les coordonnées du point B pour qu'on ait $\overrightarrow{AB}\binom{-5}{-3}$
2. Trouve les coordonnées des points N et M tels que $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MC} = \frac{-2}{3}\overrightarrow{CD}$.
3. Montre que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.
4. Montre que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont orthogonaux.
5. Que peux- tu en déduire des vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$?

Exercice 5

x et y étant des réels. On donne les vecteurs $\vec{u}\binom{-5}{x+3}$; $\vec{v}\binom{4}{1-x}$; $\vec{w}\binom{2}{-1}$ et $\vec{z}\begin{pmatrix} y \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}$

1. Calcule x pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.
2. Calcule y pour que $\vec{w}$ et $\vec{z}$ soient orthogonaux.

Exercice 6

1. On donne les points $A\binom{1}{-2}$; $B\binom{-1}{-1}$ et $C\binom{5}{-4}$. Justifie que les points A, B et C sont alignés.
2. On donne les points $M\binom{-3}{2}$ et $N\binom{-2}{1}$. Calcule l'ordonnée du point P d'abscisse -5 tel que P, M et N soient alignés.

Exercice 7

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). (Unité graphique le centimètre).

Soient les points A (-2 ; 1), B (4 ; 3) et C (-1 ;-2)

1. Place les points A, B et C.
2. Montre que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux. Déduis-en la nature du triangle ABC.
3. Calcule les coordonnées de K milieu de [BC].
4. Calcule les coordonnées de D symétrique de A par rapport à K.
5. Démontre que le quadrilatère ABDC est un rectangle.
6. Montre que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle (C) dont on donnera le centre et le rayon r.
7. On donne $\vec{u}(1; 7)$; calcule les coordonnées de E, image de A par la translation de vecteur $\vec{u}$

Exercice 8

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). L'unité est le centimètre.

1. Place les points A $(3; \frac{5}{2})$, B $(0 ; -1)$ et C $(-1 ; \frac{7}{2})$.
2. Calcule les distances AB et BC. On gardera les valeurs exactes.
3. Déduis-en la nature du triangle ABC.
4. Place le point M défini par : $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$. Calcule les coordonnées de M.

Exercice 9

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). On donne que A(4 ; 4) , B(7 ; 5) et C(8 ; 2).

1. Montre que le triangle ABC est rectangle et isocèle.
2. Détermine les coordonnées de E tel que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AE}$.

3. Donne en le justifiant, la nature exacte de ABCE.

Exercice 10

Dans un repère orthonormal dont l'unité est le centimètre, on donne les points

R(− 3 ; 5) ; S(5 ; − 1) et T(1 ; − 3).

1. Montre que RS = 10.
2. Calcule les longueurs RT et ST. Donne les résultats sous la forme $a\sqrt{5}$.
3. Montre que RTS est un triangle rectangle.
4. Calcule la valeur exacte de l'aire de RST et son périmètre.
5. On appelle (C) le cercle circonscrit au triangle RST de centre M.

a. Exprime $\widehat{TSR}$ en fonction de $\widehat{TMR}$

b. Calcule les coordonnées de M.

c. Calcule le rayon du cercle (C).

d. Démontre par calcul que le point N(− 3 ; − 1) appartient au cercle (C).

Exercice 11

1. Détermine une équation générale de chacune des droites décrites ci-dessous :

a. Droite passant par les points $A\binom{2}{-2}$ et $B\binom{4}{-1}$.

b. Droite (D) passant par $A\binom{-1}{2}$ et paralléle à (BC) avec $B\binom{0}{2}$ et $C\binom{3}{8}$.

c. Droite (Δ) passant par G$\binom{-3}{2}$ et perpendiculaire à (EF) avec $E\binom{-1}{4}$ et $F\binom{1}{1}$.

d. Droite (L) passant par $A\binom{3}{1}$ et de vecteur directeur $\vec{u}\binom{-2}{5}$.

2. Détermine une équation réduite de chacune des droites données ci-dessous.

a. Droite passant par les points $A\binom{4}{3}$ et $B\binom{0}{1}$

b. Droite (L) passant par $H\binom{7}{-2}$ et de coefficient directeur -1.

c. Droite (D') passant par K (4 ; 5) et perpendiculaire à la droite $(D): y = 3x + 1$.

d. Droite (Δ') passant par S (1 ; 2) et parallèle à la droite (Δ) : $y = x - 6$.

Exercice 12

1. Transforme les équations de droites suivantes en équations réduites. On précisera le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de chaque droite.

$(\mathrm{D_1}): \mathrm{x - y + 7 = 0}$; $(\mathrm{D_2}) : \mathrm{-2x - y + 3 = 0}$

$(\mathrm{D_3}) : \mathrm{4x - 5y + 10 = 0}$; $(\mathrm{D_4}) : \mathrm{7x - 2y + 3 = 0}$

2. Parmi les droites données ci-dessous distingue celles qui sont parallèles et celles qui sont perpendiculaires.

$(D_1) : y = 4x$; $(D_2) : y = -x + \frac{4}{3}$; $(D_3) = x - y - 7 = 0$;

$(D_4) = -x - y + 3 = 0$; $(D_5) : y = \frac{-1}{4}x + 1$

3. On donne les droites $(D_1) : 2x - 3y + 1 = 0$ et $(D_2) : y = x - 2$

a. Détermine m pour que (D_1) soit paralléle à (D_2).

b. Détermine m pour que (D_1) soit perpendiculaire à (D_2).

EXERCICE 13

On donne les points A (-2 ; 1) ; B (4 ; 1) et C (1 ; 7).

1. Calcule AC et BC puis déduis en que C appartient à la médiatrice de [AB].
2. Détermine l'équation de (Δ) perpendiculaire à (AB) et passant par C.
3. Détermine l'abscisse x_E du point E de (Δ) d'ordonnée -5 puis l'abscisse x_F du point F de (Δ) d'ordonnée 8. Que constates-tu ?
4. Calcule les coordonnées du point G milieu de [AB].
5. Justifie que le quadrilatère ACBE est un losange

Exercice 14

On donne les points A (3; 2) ; B (5; -2) et C (-2 ; -5).

1. Calcule les coordonnées de K milieu de [AB] et celles de N milieu de [AC].
2. Que représentent les droites (CK) et (BN) dans le triangle ABC ?
3. Détermine une équation de (CK) et une équation de (BN).
4. Soit G le centre de gravité du triangle ABC. Place le point G puis calcule ses coordonnées.
5. On donne $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$; retouve les coordonnées de G à partir de cette relation.

Exercice 15

On donne les points A (-1; 3) ; B (2; 1) et les droites (Δ) : $x - y + 4 = 0$ et (D) : $y = -3x + 2$

1. A appartient- il à la droite (Δ) ? B appartient – il à la droite (D) ?
2. Calculer les coordonnées de E, point d'intersection de (Δ) et (D).
3. Calcule les coordonnées de F, point d'intersection de (Δ) avec l'axe des abscisses.
4. Sans faire de calcul, donne les coordonnées de G, point d'intersection de (D) avec l'axe des ordonnées.
5. Représente les droites (Δ) et (D) puis place les points E, F et G.

Exercice 16

1. Place dans un repère orthonormé les points E, F et G définis par leurs coordonnées :
   E (– 2 ; 2) ; F (– 3 ; – 2) ; G (6 ; 0).
2. Calcule le coefficient directeur de la droite (EG).

3. Détermine une équation de la droite (EF).
4. Démontre que les droites (EF) et (EG) sont perpendiculaires.
5. Soit M le milieu du segment [FG].Calcule les coordonnées de M.
6. On désigne par (C) le cercle circonscrit au triangle EFG.
   a. Calcule les coordonnées de son centre I et la valeur exacte de son rayon.
   b. Détermine l'équation de la droite (D) perpendiculaire à (IE) en E.
   c. Calcule les valeurs exactes des longueurs EF et EG.

Exercice 17

1. Place les points A(4 ; 2) et B(–2 ; –2) dans le plan muni d'un repère orthonormal.
2. Détermine une équation de la droite (OA).
3. On appelle (Δ) la médiatrice du segment [OA].
   Montre que (Δ) a pour équation $y = -2x + 5$.
4. Trace la droite (d_1) d'équation $y = -x + 4$. On appelle (d_2) la droite parallèle à (d_1) qui passe par le point O.
5. Détermine une équation de (d_2).
6. On appelle P le point d'intersection des droites (Δ) et (d_1).

a. Pourquoi a-t-on : PO = PA?
b. Quelle est la nature du triangle OAP ?
c. Calcule les coordonnées du point P.

7. On appelle E l'image du point P par la translation de vecteur $\overrightarrow{OB}$. Place le point E dans le repère.

Calcule les coordonnées de E. Vérifie par le calcul que E est un point de (d_2).

8. Démontre que BE = AP.

Exercice 18

Dans un repère orthonormal, on donne les points A(2 ; 1), B(5 ; 6) et C(- 3 ; -2).

1. Démontre que le triangle ABC est isocèle en A.
2. Détermine l'équation de la hauteur (D) issue de A.
3. Détermine l'équation de la hauteur (D') issue de B.
4. Déduis-en les coordonnées du point H orthocentre du triangle ABC.

Exercice 19

Dans le plan muni d'un repère orthonormal. On considère les points A (2 ; 2) , B(-2 ; 0) et C(1 ; -1)

1. Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.
2. Détermine les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
3. Fais une figure et vérifie les résultats précédents.

   Détermine les coordonnées du point E symétrique de A par rapport à B.

Exercice 20

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on donne les points

A (-2 ; 3), B(4 ; 1) , C$\left(\frac{3}{2} ; 8\right)$ et le vecteur $\vec{v}$ (-2 ; 5).

Calcule les coordonnées des points A', B' et C' images respectives de A , B et C par la translation t de vecteur $\vec{v}$.

Exercice 21

Dans le plan muni d'un repère orthonormal.

Place les points A (2 ; 1), B(3 ; 5), C(7 ; 4) et D$\left(\frac{16}{3} ; 3\right)$.

1. Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CD}$.

2. Montre que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.

3. Montre que les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

4. Vérifie avec les coordonnées que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

Exercice 22

Dans le plan muni d'un repère orthonormal. On donne les points A (4 ; 1) et B (0 ; -1).

1. Détermine une équation de la droite (AB).
2. Détermine une équation de la droite (Δ) perpendiculaire en A à (AB).
3. Soit M (a ; b). Détermine les réels a et b tels que : M $\in$(AB) et b = 2a.

Exercice 23

Dans le plan muni d'un repère orthonormal. On considère les droites (D_1), (D_2) et (D_3) d'équations respectives : 2x – y – 1 = 0 ; x + y – 3 = 0 et 3x + 3y – 2 = 0.

1. Détermine un vecteur directeur de chacune de ces droites.
2. Déduis parmi ces droites celles qui sont parallèles et celles qui sont sécantes.

Exercice 24

Dans le plan muni d'un repère orthonormal. L'unité choisie est le centimètre.

Place les points A (2 ; 4) et B (–2 ; 8).

1. a. Vérifie que les points A et B appartiennent à la droite (D) d'équation: y = –x + 6

   b. Trace la droite (D).
2. Calcule les coordonnées de M milieu de [AB].
3. Détermine l'équation de la droite (Δ) passant par M et perpendiculaire à (D).
4. Trace (Δ). Que représente (Δ) pour le segment [AB].

Exercice 25

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on donne les points A (2 ; 4), B (4 ; –1) et C (–5 ; –2).

1. a. Fais une figure et détermine les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$.

   b. Calcule AB, BC et AC.

   c. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie ta réponse.
2. a. Construis le point M tel que : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

   b. Détermine les coordonnées du point M.
3. a. Détermine les coordonnées de I milieu de [AC].

   b. Démontre que les droites (IM) et (BC) sont parallèles.
4. Donne une équation de la médiatrice du segment [AC].

Exercice 26

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on donne les points

$A(-2;0)$; $B(4;6)$ et $C(8;-10)$.

1. Calcule les longueurs AB , BC et AC.
2. Montre que le triangle ABC est rectangle.
3. Soit $\mathcal{C}(K, r)$ le cercle circonscrit au triangle ABC.

a. Calcule les coordonnées du point K.

b. Calcule r et la longueur du cercle

4. Montre que le point E(14 ; -4) appartient au cercle $\mathcal{C}$.

Exercice 27

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on donne les points

$A(-2\ ;\ 2)$ et $B(x\,;0)$ et $C(1\ ;\ 3)$.

1. Détermine la valeur de x pour laquelle la droite (CB) est orthogonale à la droite (CA). Montre alors que C appartient à la médiatrice de [AB].
2. On considère le cercle (C) de centre C passant par A. Montre qu'il passe par B et O.
3. Détermine les points d'intersection de (C) avec les axes du repère.

Exercice 28

Dans le repère orthonormal. On considère les points A(-1 ; 2), B(0 ; -1) et C(3 ; 1).

Soit A', B' et C' les milieux respectifs [BC] , [AC] et [AB] et G le point d'intersection de (AA') et (BB').

1. Comment s'appelle le point G ?
2. Donne une équation de la droite (AA') et de la droite (BB').
3. Calcule les coordonnées du point G.
4. Vérifie que $\overrightarrow{GC}+2\overrightarrow{GC'}=\vec{0}$. En déduire que G appartient à la droite (CC').

Exercice 29

Dans le plan muni d'un repère orthonormal.

On donne les points $A(-7;-3)$, $B(1;7)$, $C(4;1)$et $D(-4;-3)$.

1. Calcule les coordonnées du point I milieu de [AC].
2. a. Calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

   b. Déduis-en que les droites (AB) et (AD) sont orthogonales.
3. Démontre que le quadrilatère ABCD est un rectangle.
4. Détermine les distances AB, AC et BD.
5. Quelles sont les coordonnées du point E image du point D par la translation de vecteur $\overrightarrow{AI}$.
6. Quelle est la nature du quadrilatère DECI ? justifie ta réponse.

Exercice 30

On donne les points $A(0;4)$; $B(4;0)$ et $C(-3;0)$.

1. Calcule les coordonnées du centre de gravité du triangle ABC.
2. Calcule les coordonnées de l'orthocentre H du triangle ABC.
3. Calcule les coordonnées de Ω centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

4. Vérifie que les points Ω , G et H sont alignés .

Exercice 31

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on donne les points ci-dessous :

A(1 ; -1) ; B(3 ; 1) et C(-1 ; 3).

1. Calcule AB, AC et BC, puis déduis-en la nature du triangle ABC.
2. Place le point D sur la demi-droite [AC) tel que le triangle ABD soit rectangle en B.
3. Trace le cercle (C) circonscrit au triangle ABD.
4. Démontre que le point C est le centre du cercle puis calcule son rayon.
5. Calcule les coordonnées du point D. Construis le point K image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$, puis calcule les coordonnées de K. Quelle est la nature du quadrilatère CBKA ?
6. Trace la hauteur [BH] relative au côté [AD] du triangle ABD, puis détermine une équation cartésienne de la droite (BH).
7. Le cercle (C ') de centre B passant par C, coupe le cercle (C) en M et P. Justifie que la droite (MP) est la médiatrice du segment [BC], puis trouve une équation générale de la droite (MP).
8. Les droites (MP) et (BH) se coupent en S. Calcule les coordonnées de S.
9. Détermine l'équation réduite de la droite (T) tangente au cercle (C ') en K.
10. Détermine l'équation réduite de la droite (Δ), parallèle à la droite (MP), passant par C.

TRANSFORMATIONS DU PLAN

Exercice 1

Réponds par vrai ou faux :

a. La translation de vecteur $\vec{u}$ suivie de la translation de vecteur $\vec{v}$ est égale à la translation de vecteur $\vec{v} + \vec{u}$.

b. Une rotation transforme une droite en une droite qui lui est parallèle.

c. Par une rotation de centre A, l'image du point A est le point A lui-même.

d. Si deux droites (D) et (D') sont sécantes, alors la symétrie orthogonale par rapport à (D) suivie de la symétrie orthogonale par rapport à (D') est une translation.

e. Si deux droites (D) et (D') sont sécantes, alors la symétrie orthogonale par rapport à (D) suivie de la symétrie orthogonale par rapport à (D') est une symétrie centrale.

f. Si deux droites (D) et (D') sont perpendiculaires, alors la symétrie orthogonale par rapport à (D) suivie de la symétrie orthogonale par rapport à (D') est une symétrie centrale.

Exercice 2

Dans chaque cas indique la bonne réponse parmi celles proposées dans le tableau correspondant :

Soit A et B deux points. L'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le point B' qui vérifie			Si I est milieu de [AB] alors A est l'image de B par			Soit un carré de centre O. L'image du carré est le carré lui même par une rotation de centre O et d'angle		
Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3	Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3	Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
A milieu de [BB'].	B' milieu de [AB].	B milieu de [AB'].	La rotation de centre I et d'angle 90°.	La rotation de centre I d'angle 180°.	La translation qui transforme I en B.	100°.	45°.	90°.

Exercice 3

Marque trois points A, B et C non alignés et construis deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non colinéaires.

Construis les images des points A, B et C par la translation de vecteur $\vec{u}$ suivie de la translation de vecteur $\vec{v}$.

Exercice 4

ABC est un triangle. Construis les images A', B' et C' des points A, B et C par la rotation de centre A et d'angle α = 30°.

Exercice 5

ABC est un triangle.

1. Construis le point A' image du point A par la symétrie de centre B.
2. Construis le point A'' image du point A' par la symétrie de centre C.
3. Justifie que $\overrightarrow{AA''} = 2\overrightarrow{BC}$.

Exercice 6

Trace un triangle équilatéral ABC de 4 cm de côté.

1. Construis l'image du triangle ABC par la symétrie de centre C et hachure au crayon noir l'intérieur de cette image.

2. Construis l'image du triangle ABC par la symétrie orthogonale par rapport à la droite (BC) et hachure au crayon rouge l'intérieur de cette image.

3. Construis l'image du triangle ABC pa la rotation de centre C, d'angle 120° et de sens, le sens inverse des aiguilles d'une montre, et hachure au crayon bleu l'intérieur de cette image.

Exercice 7

1. Place trois points A, B et C distincts dans le plan.
2. Trace deux droites (D) et (D') sécantes en O et formant un angle aigu de 45°.
3. Construis le point B' image de B par la symétrie orthogonale par rapport à (D) puis construis le point B'' image de B' par la symétrie orthogonale par rapport à (D').
   Par quelle transformation du plan, B a pour image B''?

Exercice 8

(D) et (D') sont deux droites parallèles et ABC un triangle dont l'intersection avec chacune des droites (D) et (D') est vide.

1. Construis les points A', B' et C', images respectives des points A,B et C par la symétrie orthogonale par rapport à (D).

2. Construis les points A'', B'' et C'', images respectives des points A',B' et C' par la symétrie orthogonale par rapport à (D').
3. Quelle est la transformation qui associe A à A'' ? B à B'' ? C à C'' ?

Exercice 9

Construis un triangle EFG, rectangle en F tel que EF = FG = 4 cm.

(Utilise une feuille de papier quadrillé.)

1. Place le point K image de E par la symétrie de centre F.

2. Place le point L image de F par la symétrie orthogonale par rapport à (EG).

3. Place le point J image de G par la translation de vecteur $\overrightarrow{EF}$.

4. Place le point H tel que $\overrightarrow{HE} = \overrightarrow{FG}$.

Quelle est l'image de H par la rotation de centre F qui transforme E en G ? Justifie ce résultat.

Exercice 10

Le plan est muni d'un repère orthonormal.

1. Place les points A (1 ; -1) ; B (3 ; 1) et C (1 ; 3).

2. Montre que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux. Déduis-en que les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.

3. Calcule les coordonnées du point E milieu de [AC].

4. Construis le point F image de E par la symétrie orthogonale par rapport à (BC) suivi de la symétrie orthogonale par rapport à (AB).

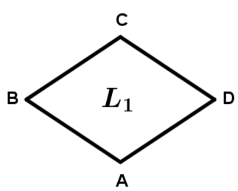
5. Calcule les coordonnées du point F.

Exercice 11

Dans cet exercice on réalisera le dessin demandé sur une feuille à part.

On commencera le dessin au centre de la feuille.

On considère un losange ABCD tel que AC = 6 cm et BD = 4 cm.



1. Représente le losange ABCD en vraie grandeur. On appelle L_1 ce losange.

2. Construis le symétrique L_2 du losange L_1 par rapport à la droite (AD).

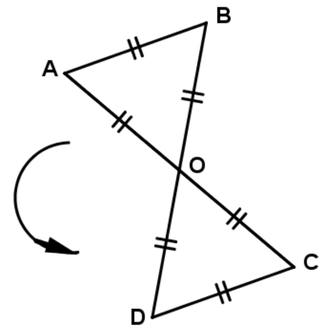
3. Construis l'image L_3 du losange L_1 par la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$.

4. Construis l'image L_4 du losange L_1 par la translation de vecteur $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$.

(Les lettres L_2, L_3, L_4 seront écrites sur la figure.)

Exercice 12

1. Reproduis cette figure en vraie grandeur sachant que OA = 3 cm et que les points A, O et C, d'une part, et les points B, O et D, d'autre part, sont alignés.

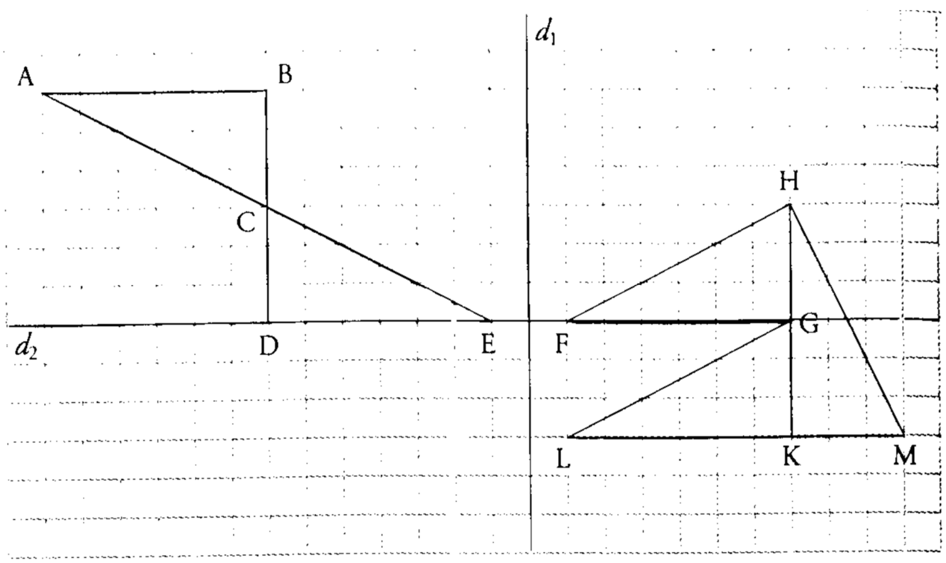


2. Démontre que ABCD est un rectangle.
3. Place, sur la figure, le point E image du point O par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.
4. Place le point F image du point C par la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens de la flèche.
5. Montre que les points A, B, C, D, E, F sont sur un même cercle que l'on précisera.
6. Écris un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$.

Exercice 13

On a représenté sur le quadrillage ci-dessous cinq triangles rectangles de mêmes dimensions.

Sans justification, réponds aux questions ci-dessous :



1. Quelle est l'image du triangle FGH par la symétrie orthogonale par rapport à d_1 ?

2. Quelle est l'image du triangle GKL par la rotation de centre K, d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre ?

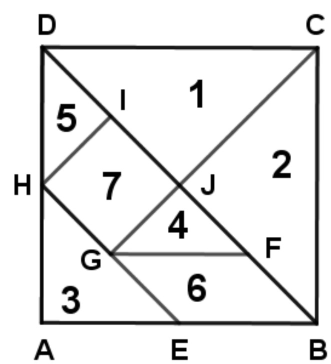
3. Quelle est la transformation par laquelle on passe du triangle ABC au triangle EDC ?

4. Quelle est la transformation par laquelle on passe du triangle GKL au triangle HGF ?

Exercice 14

Le puzzle chinois découpé dans un carré est formé de 5 triangles rectangles isocèles : 1, 2, 3, 4, 5 d'un parallélogramme 6 et d'un carré 7.

En observant le dessin de ce puzzle, réponds aux questions ci-dessous :



a. Quelle est l'image de B par la symétrie de centre F ?

b. Quelle est l'image de A par la symétrie orthogonale par rapport à (BD) ?

c. Quelle est l'image de H par la translation de vecteur $\overrightarrow{GF}$?

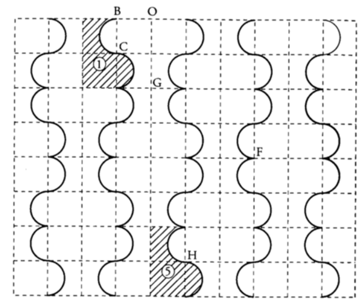
d. Quelle est l'image de I par la rotation de centre J, d'angle 90°, en tournant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre ?

e. Quelle est l'image de J par la symétrie de centre G, suivie de la symétrie de centre H ?

f. Quelle est l'image de H par la translation de vecteur $\overrightarrow{GF}$, suivie de la translation de vecteur $\overrightarrow{BF}$?

Exercice 15

Un dessous de plat a la forme d'un rectangle, il est recouvert d'un carrelage comme le montre la figure.



1. a. Hachure l'image du motif ( ) dans la symétrie d'axe (OG) et l'appeler 2 .

   b. Hachure l'image du motif 1 dans la translation de vecteur $\overrightarrow{BF}$ et l'appeler 3 .

   c. Hachure l'image du motif 1 dans la symétrie centrale de centre C et l'appeler 4.
2. Par quelle translation le motif a-t-il pour image le motif 5 ?